

**GALBRAITH AND HAUGHTON'S
SCIENTIFIC MANUALS**

MATHEMATICAL SERIES.

MANUAL OF
ALGEBRA

BY

THE REV. JOSEPH A. GALBRAITH, M. A.

FELLOW OF TRINITY COLLEGE,

**AND ERASMUS SMITH'S PROFESSOR OF NATURAL
AND EXPERIMENTAL PHILOSOPHY IN THE**

UNIVERSITY OF DUBLIN,

TRANSLATED INTO URDU,

BY

MUNSHI MAHAMMAD ZAKA-UL-LAH,

Head Master, Normal School, Delhi,

**IN FURTHERANCE OF THE OBJECTS OF THE
SCIENTIFIC SOCIETIES OF ALLYPURH AND SUBA
BEHAR.**

گال بریٹھ اور ہاٹن صاحب کے رسالہ ہائے علم ریاضی میں سے

رسالہ علم جبر مقابلہ حصہ اول

مؤلفہ

ریورنڈ جوزف اے گال بریٹھ صاحب ایم اے

فلو آف ٹرینیٹی کالج و پروفیسر نیچرل اور اکسپیریمینٹل فلاسفی
یونیورسٹی مقام ڈبلن

چسکر

منشی محمد ذکاء اللہ صاحب ہیڈ ماسٹر نارمل اسکول دہلی نے

پتائید مقاصد

سین ٹیفک سوسائٹی ہلیکٹہ و سین ٹیفک سوسائٹی صوبہ بہار

اُردو میں ترجمہ کیا

اور

بمقام دہلی مطبع مرتضوی میں باہمام حاجی محمد عزیز الدین

کے مطبع ہوا

سنہ ۱۸۷۱ ع

HECKED

تفصیل پید مطبعہ انسٹیٹیوٹ ہلیکٹہ

M.A. LIBRARY, A.M.U.



U1913

بسم اللہ الرحمن الرحیم

اگر لکھ میں گلبرہ اور ماٹن صاحب کتب ریاضیہ بڑا رتبہ رکھتی ہیں یونیورسٹی ڈبلن
اور بڑے بڑے مدرسوں کا امتحان انہیں کتابوں میں ہوتا ہے انہیں سی ایہ رسالہ
علم جبر مقابلہ کے پہلے حصہ کا ترجمہ ہے اور میں مساوات درجہ دوم تک اعمال
جبر یہ بیان کی گئی ہیں اور سو اسو صفحہ خاص مساوات اور سوالات مساوات کے
حصہ میں آئے ہیں طلبہ جب انکو پڑھیں گے تو ہر عمل میں ایسی نئی نئی باتیں انکو معلوم
ہوں گی کہ کسی اور کتاب سے انکو نہیں معلوم ہو سکتی ہر مضمون کامل بیان
کیا گیا ہے کوئی بات اسکی چھوڑی نہیں گئی

فہرست مضامین

صفحہ	مضمون	صفحہ	مضمون
۸۸	مقادیر اصم کا دور کرنا	۱	دیباچہ
۹۲	سوالات	۲	حدود
۱۰۱	ساوات درجہ دوم	۶	علامات + اور -
۱۰۹	سوالات	۱۱	جمع
۱۱۳	ساکی مساوات درجہ دوم	۱۳	تفریق
۱۱۸	خط زیادتی دہی	۱۴	خطوط وحدانی
۱۳۰	ساواتین و مقادیر بھول کی	۱۶	علامات + اور -
۱۳۱	ترکیب انداز جمع قیمت	۱۷	قوت نما
۱۳۲	ترکیب مقابلہ کرنیکی	۲۰	ضرب
۱۳۳	ضرب چلیا	۲۷	قسمت
۱۳۷	مضروب فیہ اختیاری	۳۳	جملوں کی تشریح
۱۳۸	اشلہ تفرقہ	۳۶	ضابطہ جملہ ثنائی
۱۳۱	اشال حرنی	۳۸	صعود
۱۳۲	تین مقدار بھول کی مساواتین	۴۱	نزول
۱۳۷	مساواتین مقعدہ و مقادیر بھول کی	۴۷	وفی اعظم یا مقسوم علیہ اعظم
۱۳۸	مساواتین جنگی مساوات درجہ اول کی طرح	۵۷	ذواضعات اتل
۱۴۹	سوالات	۵۹	اشال منقطع
۱۵۹	مباحثہ و مناقشہ سوالات پر	۶۴	کسور
۱۶۵	دوسرے درجہ کی بڑا مساواتین و بھول کی	۶۹	مقادیر اصم
۱۷۲	خاص ترتیب مساواتوں کی حل کرنیکی	۷۰	ضابطہ قوت نما
۱۸۰	سوالات مساوات درجہ دوم	۷۴	اعمال مقادیر اصم
۱۸۹	جوابات	۸۱	مساواتین
		۸۴	رقمون کا منتقل کرنا
		۸۷	کسور کی دور کرنا

قاعدہ اشباہی اور اس نام کی وجہ یہ تھی کہ اہل عرب کے نان کو تو یہی کہ مقدار چھوٹے کو سے
 سے تعبیر کیا کرتے ہیں اس نام سے بھی ثابت ہوتا ہے کہ اٹلی کے رہنے والوں نے یہ علم اہل عرب
 ہی سے سیکھا تھا
 انگلستان میں جبکہ پہلے تصنیف اس علم میں روبرٹری کوڈ کی ہی ششہ اع میں او سنے
 یہ کتاب تصنیف کی تھی اور اس کا نام بھی ایسا ہی رکھا تھا کہ جس کا لفظی ترجمہ قاعدہ اشباہا تھا
 جسے معلوم ہوتا ہے کہ اوسنی بھی تقلید ڈی ریگو اور اطالیہ کے متقدمین تصنیف کی کی تھی

حدود

الجرمین تمام مقادیر کو روز سے تعبیر کرتے ہیں اور یہ رموز اکثر حروف تہجی ہوتی ہیں اور ان مقادیر
 پر جو اعمال کئی جاتی ہیں ان کو ان خاص علامتوں سے تعبیر کرتے ہیں

+ علامت جمع کی

- علامت تفریق کی

x علامت ضرب کی

÷ علامت تقسیم کی

علامت + کو مثبت کہتے ہیں علامت - کو منفی یا نفی کہتے ہیں

= علامت مساوات کی

< علامت بڑھنے کی

> علامت چھوٹنے کی

مقادیر علامات کی تصرف سے مثبت منفی ہوتی ہیں مثلاً + جبکہ علامت مثبت تصرف ہی
 کہلاتی ہے اور اوسے یہ سمجھا جاتا ہے کہ اسے تعبیر کی گئی مقدار جن مقادیر کے ساتھ
 شامل ہوتی ہے اور زیادہ کرنی چاہئے اور اس طرح - جبکہ علامت نفی کے
 موثر ہے منفی کہلاتی ہے اور اوسے یہ سمجھا جاتا ہے کہ اس مقدار میں سے تفریق ہونی چاہئے

جسے وہ علامت - کے ساتھ شامل ہوئی ہے
 اگر کوئی علامت رقم کی اول نہ ہو تو اسکو مثبت سمجھنا چاہیے مثلاً رقم ۱ بغیر علامت کی ہے اسے
 + سمجھنا چاہیے
 مرکب جملہ کے رکن مفرد کو رقم کہتے ہیں
 جس جملہ میں ایک رقم ہو اسکو جملہ مفرد کہتے ہیں مثلاً ۱ اور - ب
 اگر جملہ میں دو رقمین علامات + اور - سے شامل کی گئی ہوں تو اسکو جملہ ثنائی یا دو رقم
 کہتے ہیں مثلاً ۱ + ب اور ۱ - د وغیرہ
 جب دو رقمین علامت - کے ساتھ شامل ہوں تو اس جملہ کو بعض اوقات جملہ باقی کہتے ہیں
 جس جملہ میں تین رقمین علامات + اور - کے ساتھ شامل کی جائیں اسکو جملہ ثلاثی یا سہ رقم کہتے ہیں
 اور چار رقموں کے جملہ کو جملہ رباعی اور علی العموم اگر جملہ میں بہت سے رقمین ہوں تو اسکو جملہ کثیر الدرقام
 کہتے ہیں
 جب یہ منظور ہو جائے کہ تمام ارقام جملہ کثیر الدرقام کی ایک ہی علامت سے مشرب ہو تو اسکو دو
 قوسی کے اندر یا خط عرضی کے نیچے لکھتے ہیں مثلاً اگر جملہ ثلاثی ۱ + ج + د ہو اور اسکو
 اسے تفریق کرنا منظور ہو تو اس جملہ کو ایسے خطوط () میں لکھ کر اول علامت - کی اسطرح
 لکھ دو کہ ۱ - (ب + ج + د) یا ایک خط عرضی کے نیچے اسطرح کہ ۱ - ب + ج + د
 اور اگر ۱ کو جملہ باقی ب - ح میں ضرب دینا ہو تو اسطرح لکھو کہ ۱ x (ب - ح) ان خطوط
 قوسی کو خطوط وحدانی کہتے ہیں
 جب اعداد یا رموز علامت x کے شامل کی گئی ہوں تو اسے مراد یہ ہوتی ہے کہ وہ آپس میں ضرب
 لیکن اکثر علامت ضرب کی مخدوف کر دیتی ہیں ۱ اور لا کے حاصل ضرب کو لا کی طرح بجای ۱ x لا
 کے کہتے ہیں حاصل ضرب ۱ اور لا کا ۱ کی طرح لکھا جاتا ہے جو مضروب لا کا ان رقموں میں
 اسکو سہ یا مثال دوسری رقم کا کہتے ہیں اگر مثال یا سہ عدد ہو چکا کہ ۱ لا میں ہے
 اسکو مثال عددی یا سہ عددی کہتے ہیں اور اگر علامت عامہ یا حرف ہو جیسا کہ لا میں ہے اور

اشمال حرفی کہتے ہیں

جب ایک مقدار دوسری مقدار تقسیم ہوتی ہے تو مقسوم اور مقسوم علیہ کو ربط اس علامت \div سے دیتے ہیں جیسے کہ $12 \div 3$ سے مراد یہ ہے کہ 12 کو 3 پر تقسیم کرو

عمل قسمت کی تعبیر کریں یا بہ طریقہ کثیر الاستعمال ہے کہ مقسوم اور مقسوم علیہ کو اس طرح ربط دیتے ہیں جس طرح حساب میں ضرب کے شمار کنندہ اور ضرب ناک اور ربط دیتے ہیں جیسے کہ $12 \div 3$ کو 3 پر تقسیم کرنا ہو اور سکون کی طرح لکھو اور لا \div (ی) کو $12 \div 3$ کی طرح لکھو

جب کئی ایک مقدار آپس میں ضرب دی جائیں تو ہر ایک مقدار اس حاصل ضرب جزئی کہلا جائے کہ $12 \times 3 = 36$ یعنی 12 ب 3 دایسا حاصل ضرب ہے کہ 12 میں 3 بار جزا و ضربی ہیں اگر تمام اجزا و ضربی مساوی ہوں تو اولیٰ حاصل ضرب کو قوت کہتے ہیں جیسے کہ دوسری قوت 12×12 وہی اور تیسری قوت $12 \times 12 \times 12$ وہی اور چوتھی قوت $12 \times 12 \times 12 \times 12$ وہی اور علیٰ ہذا القیاس اب اس وقت کے دور کرنے واسطے کہ ایک حرف بار بار لکھنا پڑتا ہے یہ مختصر طریقہ کتابت کا اختیار کیا گیا ہے کہ

- 12^2 = دوسری قوت 12 کی
- 12^3 = تیسری قوت 12 کی
- 12^4 = چوتھی قوت 12 کی
- 12^5 = پنجمی قوت 12 کی

جو عدد کہ اوپر حرف کے لکھا جائے اس کو قوت نما نشان قوت کہتے ہیں جس عمل سے کہ ایک مقدار قوت میں آتے ہیں اس کو صعود کہتے ہیں اور اس عمل کو عکس نزول کہتے ہیں اور معلوم کا ایک جزو ضربی ایسا تلاش کرتے ہیں کہ اس کو فی نفسہ اتنی دفعہ ضرب میں جتنی دفعہ کی ضرورت ہو وہ عدد معلوم پیدا ہو جائے جیسے کہ جذر الکعب 8 کا 2 ہے کیونکہ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ اور چوتھی قوت کا نزول 256 کا 4 ہے کیونکہ $4^4 = 256$ علامت جذر کی $\sqrt{\quad}$ ہے جس میں n مرتبہ کا جذر لیا جائے یہ $\sqrt[n]{\quad}$ ایک لفظ کا حرف اولین ہے اور اس کے معنی جذر ہے

اس کتاب میں جو قواعد بیان کیے گئے ہیں ان سے مراد یہ ہے کہ جو عمل یا قوت یا ضرب یا جذر یا کسے کسے لکھنا پڑے گا اس کے لیے یہ مختصر طریقہ کتابت اختیار کیا گیا ہے کہ جو عدد اوپر حرف کے لکھا جائے اس کو قوت نما نشان قوت کہتے ہیں جس عمل سے کہ ایک مقدار قوت میں آتے ہیں اس کو صعود کہتے ہیں اور اس عمل کو عکس نزول کہتے ہیں اور معلوم کا ایک جزو ضربی ایسا تلاش کرتے ہیں کہ اس کو فی نفسہ اتنی دفعہ ضرب میں جتنی دفعہ کی ضرورت ہو وہ عدد معلوم پیدا ہو جائے جیسے کہ جذر الکعب 8 کا 2 ہے کیونکہ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ اور چوتھی قوت کا نزول 256 کا 4 ہے کیونکہ $4^4 = 256$ علامت جذر کی $\sqrt{\quad}$ ہے جس میں n مرتبہ کا جذر لیا جائے یہ $\sqrt[n]{\quad}$ ایک لفظ کا حرف اولین ہے اور اس کے معنی جذر ہے

پس لاکھ سیرانزل ۳۵۰ اور لا + ا کے پانچویں مرتبہ کا نزول ۹۰ لا + ا ہے
دوسرے مرتبہ کے جذر لگتے ہیں اکثر جذر نکالو نہیں لگتے ہمیشہ اسکو محذوف کر دیتی ہیں
جیسے کہ ما + سے مراد جذر لا کا ہے

علامات جبریہ سے اعداد یا رموز شامل کئے جائیں تو انکو جملہ کہتے ہیں اور جب اس جملہ کی کسی خاص
مقدار یا حرف پر توجہ کی جائے تو اس جملہ کو جملہ خاص اس مقدار کا یا حرف کا کہتے ہیں جیسے کہ
لا + ب لا + ح لا + کو جملہ خاص لا کا اور کسر لا + کو جملہ خاص لا کا کہتے ہیں
رتبہ کی رقم کا اس کے اجزاء ضربی کی قوت نمائندگی جمع کرنے سے معلوم ہوتا ہے جیسے کہ رقم لا + ۳ پانچ
رتبہ کی ہے اور لا + ۳ یعنی نورتبہ کی جب ایک جملہ میں کئی ایک رقمیں ہوں اور سب کا ایک ہی رتبہ
ہو تو اسکو جملہ متجانہ کہتے ہیں جیسے کہ لا + ب لا + س ر جملہ متجانہ لا اور کا ہی کیونکہ
یہہ حروف جن رقموں میں شامل ہیں وہ دوسرے رتبہ کے ہیں اور جملہ لا + ب لا + س
ح لا + د د بھی متجانہ اس سب سے ہی کہ ہر رقم لا اور د کے اعتبار کے موافق تیسرے رتبہ کہتی ہے
جب ایک جملہ کسی حرف کا جملہ خاص ہو تو اس حرف کی جو اعلیٰ قوت ہوگی اسکی موافق درجہ اس
جملہ کا کہلائے گا مثلاً جملہ خاص لا کا لا + ب لا + س لا + د تیسرے درجہ کا اور
م لا + ن لا + ع لا + ن لا + ر لا + ص پانچویں درجہ کا کہلاتا ہے

جن مقادیر میں نقطہ اشغال ہی کا فرق ہو انکو مقادیر متماثلہ کہتے ہیں جیسے کہ لا + ۳ لا + ۲ لا + ۱
مقادیر متماثلہ ہیں اور لا + ۳ لا + ۲ لا + ۱ (ع + ق) لا + ۲ مقادیر متماثلہ ہیں اگرچہ بعض کی اشغال
اشغال حرفی میں برخلاف اسکی مقادیر لا + ۳ لا + ۲ لا + ۱ لا + ۱ لا + ۰ لا + ۰ لا + ۰ لا + ۰
حسب قدر بڑی مقدار جمع ہوتی مقدار سے بڑی ہو اسکو فرق حسابیہ کہتے ہیں اور اسکو اس طرح تعبیر
کرتے ہیں کہ علامت سے کی اون دونو مقادیر کے درمیان لکھ دیتے ہیں اور اس میں کچھ لحاظ نہیں
کا نہیں کرتے جیسے کہ ۱۰۰ - ۵۰ کے درمیان میں جوہ اسے ۱۰۰ کے ہیں ہر ایک مساوی ہونے کے
الفاظ چونکہ او تو اور اس واسطے اور اس لئے اور کیونکہ اور اس وجہ سے وغیرہ بہت سی بار لکھتے ہیں

اختصار کے واسطے ان الفاظ کی جگہ ان علامتوں کو کام میں لائیں گے
 : کیونکہ اس سبب سے
 : اس واسطے واسطے و تو وغیرہ

علامات + اور -

جو کہ علامت + اور - کی روابط متعاقب میں آئے جب کوئی رقم تنہا + اور - لا کی صورت کی آجائی تو اس کی کچھ معنی حقیقت میں نہ ہونگی اگر یہ نہ سمجھیں کہ وہ اور متعاقب کے ساتھ رابطہ رکھتے ہیں تحقیقات جبریہ کے نتائج میں اکثر ایسی رقمیں آجاتی ہیں اس لئے ضرور ہوا کہ کوئی قاعدہ ایسا مقرر کیا جائے جس کے موافق معنی اونکی ٹھیک ٹھیک سمجھی جائیں اب اس قاعدہ کے سمجھنے کے لئے اس مساوات پر دھیان کرو

$$ل = ۱ - ب$$

اگر ل برابر ہے نہ تو موافق علم حساب کے ل کی کچھ معنی نہیں ہونگے
 اور اگر ل برابر ہے ہو تو اس صورت میں قیمت ل کی صفر ہوگی

$$ل = ب - ب = ۰$$

متعاقب + ب اور ب برابر ہیں اور ان پر مختلف علامت متصرف ہیں تو ہم ان کو یہ کہا کرتے ہیں کہ وہ ایک دوسرے کو فنا کرتی ہیں

اگر ل = ب تو ایک محدود مقدار چھوٹی بڑی موافق ل اور ب کی خاص قیمتوں کی ہوگی مثلاً
 اگر ل = ۲۰ اور ب = ۱۵ تو

لیکن اگر ل = ۲۰ اور ب = ۱۵ = ۵ اور ب = ۲۰ تو بناؤ اس مساوات میں مقدار ل کے
 کیا معنی ہوں گے

$$ل = ۲۰ - ۲۰ = ۰ \quad (۲)$$

اس سوال کے جواب دینے کے واسطے مساوات (۱) پر دھیان کرنا چاہئے اب لا کو کسی عدد پر مثلاً ۱۰ پر زیادہ کرو تو ظاہر ہے کہ مجموعہ اس طرح حاصل ہوگا کہ اول ۲۰ پر ۱۰ زیادہ کریں اور یہ ۵ اتفریق کریں تو حاصل ۱۰ ہوگا اور یہی حاصل ہوتا اگر ۲۰ اور ۵ کے

فرق حسابیہ کو ہم زیادہ کرتے

اب اگر فرض لایم اور اولیٰ مساوی کہ ۲۰ - ۲۵ پر مساوات (۲) کام میں لائیں تو مجموعہ ۱۰۰ اور لکھا اس طرح چل ہوگا کہ اول ۲۰ زیادہ کریں اور یہ ۲۵ تفریق کریں تو حاصل ۹۵ ہوگا اور یہ حاصل اس طرح بھی حاصل ہو سکتا تھا کہ اول ہی ۲۵ تفریق کریں اور یہ ۲۰ فرق حسابیہ ۲۰ اور ۲۵ کا ہی لیکن کسی رقم کا تفریق ہونا علامت سے سمجھا جاتا ہے تو اس میں

$$۲۰ - ۲۵ = ۵$$

اور یہ نتیجہ حاصل ہوتا اگر اول ۱۰۰ میں سے ۲۵ کو تفریق کرتے اور باقی ۷۵ پر زیادہ کرتے اسے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ

$$۲۰ + ۲۵ = ۴۵$$

پس اس بیان سے یہ حاصل ہوتا کہ ایک منفی مقدار کو ایک مثبت مقدار زیادہ کر سکتے ہیں اور ان کا مجموعہ جبر یہ برابر اس کے فرق حسابیہ ہو سکتا ہے اور اس پر علامت بڑے عدد کی ہوتی ہے اور اس سے یہ بھی معلوم ہوا کہ مجموعہ جبر یہ کی ارقام کی ترتیب تبدیل سکتی ہے بشرطیکہ علامت ہر رقم وہی رہے اور میں کچھ تغیر نہ واقع ہو اب یہ اس مساوات

$$۲۰ - ۱۵ = ۵$$

پر خیال کرو اور فرض کرو کہ لکھ ۱۰۰ میں سے تفریق کرنا ہے اب یہ ظاہر ہے کہ اگر ۱۰۰ میں سے تفریق کریں تو باقی ۸۰ رہیں اور حتمی باقی رہتی چاہئے تھی اور اسے بقدرہ باقی کم ہوں اس واسطے اس باقی پر ۱۵ زیادہ کرنی چاہئے تو حاصل باقی ۹۵ حاصل ہوگی اور یہ نتیجہ سب ہی طرح سے یوں حاصل ہو جاتا اگر ۲۵ کو تفریق کرتے اور یہ ۲۰ برابر ۲۰ - ۱۵ کے ہو اب ۱۰۰ میں سے لکھ تفریق کرنا عمل جب

کام میں لائیں تو لکھ تفریق کیا تو باقی ۸۰ حاصل ہوئی اس پر ۲۵ زیادہ کی تو موافق عمل مذکور قدم بقدم حلنے سے صحیح صحیح باقی ۱۰۵ حاصل ہوئی اور یہ حاصل سیدھی طرح یوں حاصل ہوتا ہے

کہ - کو جزا بر ۲ - ۴ کے ہے تفریق کریں اسے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ - ۵ کے تفریق کرنے
 یہ معنی ہیں کہ + کو زیادہ کریں اور علی العموم تقادیر خیر علامات جبر یہ تصرف ہوں تفریق
 اس طرح ہو گئیں کہ اون کے علامتیں بدل کر جمع کر لیں
 جو تباہ ہم کو حاصل ہوئی ہیں اون کو چند مقدمات کی صورت میں لکھتے ہیں

مقدمہ ۱

جن تقادیر مختلف علامتیں تصرف ہوں تو اون کا مجموعہ جبر یہ فرق حسابی کے برابر ہوتا ہے جس پر علامت
 وہ ہوتی ہے جو بڑی مقدار پر ہو

مقدمہ ۲

خواہ کتنی ایک ارقام ہوں اون کا مجموعہ جبر یہ اس طرح حاصل ہو سکتا ہے کہ متوازن ہوں تقادیر کو اون کی
 علامتوں کے ساتھ ایک سطح میں لکھ لیں

مقدمہ ۳

دو مقداروں کا حاصل تفریق اس طرح حاصل ہوتا ہے کہ منفوق کی علامتیں بدل کر منفوق منہ کے
 چونکہ علامات + اور - سے مقامات اور سمتیں اور اور حالتیں ہی معلوم ہوا کرتی ہیں اس لئے ہم
 کچھ توضیحات اس مطلب کی ہی لکھتے ہیں
 فرض کرو کہ ایک شرک ٹھیک مشرق اور مغرب کے درمیان بنی ہوئی ہے اور ط او سپر ہے
 یعنی وہ مقام ہے جہاں سے ہم چلنا شروع کرتے ہیں

ی ب ا ب ط و

اگر او س طول سافت کو + ۱ تعبیر کرے جو ط سے شروع ہو اور مشرق کی طرف ط کی جا
 اور جہاں پہنچاقت ختم ہو وہاں اسی سمت میں دوسری سافت + ب ط کی بجای توکل
 لاطے شدہ ۱ + ب سے تعبیر ہوگی
 اگر تیسری اور سافت ج مشرق کی طرف ط کی بجائے توکل فاصلہ طے کیا گیا

اور علیٰ ہذا القیاس یہ بات قابل لکھنے کے ہی کہ اگر قدام اور ب اور ج کی خواہ کچھ ہی ترتیب
یعنی کوئی سی مسافت اول طے کی جائے اور دوسری دفعہ اسی کل مسافت طے شدہ میں کچھ فرق
نہیں آتا بشرطیکہ وہ ایک ہی سمت میں ہوں کل فاصلے طے کیا گیا مجموعہ تمام مسافتوں کا ہوگا

اب سب کو اس مساوات

$$ل = ا + ب$$

پر خیال کرنا چاہیے کہ علامت - سے سمت کا تبدیل ہونا ظاہر ہوتا ہے یعنی مسافر نے اول سفر
ا میل کا مشرق کی سمت میں کیا اور واپس سے مغرب کی سمت میں اٹھا طے کی طرف بیل چلا
اس پر بھی مسافت طے شدہ دو ارقام کے مجموعہ جبریہ سے تعبیر کیا گیا جنہیں سے ایک مثبت ہی اور دوسرا
منفی اب اس کی تین صورتیں ہیں اور کچھ احادیث بیان ہوتا ہی

اول فرض کرو کہ $ا > ب$

تو بموجب مقدمہ (۱) کے فاصلہ لا کا فرق حسابیہ اور ب کا ہی جبیر علامت مثبت متصرف ہی اور اسکا
مطلب یہ ہے کہ مسافر طے کی مشرق کی جانب میں ہے

دوم فرض کرو کہ $ا = ب$

اس صورت لا = ل سے معلوم ہوتا ہی کہ مسافر رجعت کر کے طے پر پہنچا اور وہ جس مقام سے چلا تھا اور
مشرق کی جانب میں ہے نہ مغرب کی جانب میں

سوم فرض کرو کہ $ا < ب$

موجب مقدمہ (۱) کے فاصلہ لا کا فرق حسابیہ اور ب کا ہی جبیر علامت منفی متصرف ہی اور اسی
یہ ہر ادبی کہ مسافر طے کی مغربی جانب میں اس قدر فاصلہ طے

اسے صاف یہ اصول معلوم ہوتا ہی کہ جب کسی مقدار کی علامت تبدیل ہوتی ہی تو ضرور اسکی
صفر پر پہنچتی ہے

اگر مسافر مشرق سے مغرب طے کرتا ہے یعنی کسی مغرب کو جاتا ہی اور کبھی مشرق کو جاتا

مقدمہ شاملین

تو اسکا فاصلہ لاکھ سے اس طرح تعبیر ہوتا ہے

$$ل = 1 + ب - ج + د - ر - س \text{ وغیرہ}$$

یہ بیان ذرا توجہ کرنے سے سمجھ میں آجاتی ہے کہ مسافیتین جو مسافر طی کرتا ہے اگر وہ ایک ہی مسافر ہیں تو انکی ترتیب خواہ کچھ ہی ہو پھر حاصل ایک ہی ہے اور اسکے معنی اور مقدمہ دوم کے معنی ایک ہی ہیں تمام رقمیں جینر علامت + متصرف ہی ایک خطوط وحدانی اور تمام رقمیں جینر علامت - ہو رہے دوسری خطوط وحدانی میں جمع کیا جائیں تو ظاہر ہے کہ

$$ل = (1 + ب + ج + د + ر + س + \text{وغیرہ}) - (ج + ر + س + \text{وغیرہ})$$

اب اس بات کے معنی اور اس بیان کا مفہوم ایک ہی ہے کہ اگر ایک مسافت مشرق کی جائے تو برابر تمام مشرقی مسافتاہر جزئیہ کی لیا جائے اور ایک مسافت مغرب کی جانب برابر تمام مغربی مسافتاہر جزئیہ کی لیا جائے تو ان دو مسافیتوں کے طے کرنے سے مسافر اوسی مقام پر پہنچ جائیں گے وہ اپنی مسافتاہر جزئیہ کو خواہ کسی ترتیب کے طے کر کے پہنچتا

اور یہ بیان کے یہ واضح ہوتا ہے کہ ارقام علامات + اور - کے ساتھ مربوط ہوں اور انکا مجموعہ فرق مقدمہ ذیل کے معلوم ہوتا ہے

مقدمہ ۴

اگر تمام رقموں کی ایک ہی علامت ہو تو انکا مجموعہ جزیرہ برابر ان کے مجموعہ حسابیہ کے ہوگا اور اوسکی علامت علامت مشترک ہوگی

اگر بعض ارقام مثبت ہوں اور بعض منفی تو انکا مجموعہ جزیرہ برابر مجموعہ مثبت ارقام اور مجموعہ منفی ارقام کے فرق حسابیہ کے ہوگا اور اوسپر علامت بڑی مجموعہ کے ہوگی

مثالین

$$(۱) 12 + 14 + 10 + 1 \text{ کی حاصل جمع کیا ہوگا جواب } 37$$

$$(۲) 12 - 13 - 15 - 1 \text{ کا مجموعہ کیا ہوگا جواب } -31$$

(۳) ۵-۱۰+۱۶-۲۳+۴۰-۱۰۰ کا حاصل جمع کیا ہو گا جواب۔

(۴) ۱۰۰-۲۰-۵۰+۳۰+۱۵ کا حاصل جمع کیا ہوگا جواب ۱۱۵

(۵) ۲۱۔ لداوز - اللہ کا فرق جبر یہ کیا ہوگا جواب ۴۴ لدا

(۶) - ۲۰۰ اور ۳۱۱ کا فرق حسیہ کیا ہوگا جواب - ۳۳۳

دو یا زیادہ جبریہ مخلوط کے جمع کرنا قاعدہ پہلے کہ

قائد

(۱) جن جلوں کو جمع کرنا ہو ان کو اوپر تلے سطح لکھو کہ ارقام متساثلہ ایک (دوسرے کے محاذی ہوں

(۲) اشغال ارقام تھانہ کے مجموعہ حریہ کے اول علامت مشترک لکھو

(۳) جب بمقا دیتا اشد کہ اس طرح خلع کر کے لکھ چکو تو اس کے ساتھ جو بمقا دیں غیر تمامہ اگر ہوں خوش

جیسا ہومس اور نیکی علامتوں کے لکھنے دو

بس جو حبلہ اس طرح حاصل ہوگا وہ حاصل جمع مطلوب ہوگا

شالیں

(۱) ۳-۱۱+۷ می اور -۲-۴+۵-۶ می اور +۲-۵-۸ ای جم کرو
۳-۱۱+۷ می

۵۴ - ۵۱۱ + ۵۷

64-56415-

610-5 r. + 11.

GIN-55-111

(۲) جملوں کی تعداد - ۷ + ۱ اور ۵ - ۴ = ۳ اور ۱ - ۵ = -۴۔

اور $24 + 33 + 52 + 102$ کو جمع کرو

1 + 10 = 54

$5^{m-1} - 5 - 25 + 5$

11 + 1 - NO - 54 -

$$2r + 1.5 + 4r + 5r$$
$$2N + 11 + 5N = 91 + 11 - 5 =$$

مثالین

اس مثال میں جلوں کو اس طرح لکھا کہ ارقام متماثلہ ایک دوسرے کے نیچے آ جائیں
(۳) ان جلوں کو جمع کرو کہ

۳ لکڑا + ۴ لکڑی - ح لکڑا دو لکڑا - ع لکڑا - ۲ لکڑا اور ۱ لکڑا + لکڑا - س لکڑا

۳ لکڑا	+	۴ لکڑی	-	ح لکڑا
ع لکڑا	+	۱ لکڑا	-	۲ لکڑا
لکڑا	-	س لکڑا	+	۸ لکڑا

(۴-ع) لکڑا + (۴+۱-س) لکڑا + (ح-۶) لکڑا

اس مثال میں تقاریر متماثلہ کے بعض اشغال عددی میں بعض اشغال حرفی میں یہی صورتوں میں ممکن
یہ قاعدہ ہے کہ اشالوں کے مجموعی جبریت کو خطوط و صدائی میں لکھا اس عمل کو ارقام متماثلہ کے
اشالوں کا جمع کرنا کہتے ہیں

مشق اول

ان جلوں کو جمع کرو

(۱) ۴ لکڑا - ۱ لکڑا + ۳ لکڑا + ۶ ح لکڑا - ۲ لکڑا + ۱ ح لکڑا اور ۲ لکڑا + ۱ لکڑا - ح لکڑا

(۲) ۳ لکڑا + ۴ لکڑا - ۶ لکڑا - ۵ لکڑا - ۲ لکڑا + ۱ لکڑا - ۷ لکڑا اور ۵ لکڑا + ۳ لکڑا

(۳) ۲ لکڑا + ۴ لکڑا - ۲ لکڑا + ۱ لکڑا + ۳ لکڑا - ۷ لکڑا اور ۱ لکڑا + ۶ لکڑا + ۹ لکڑا

(۴) ۱ لکڑا - ۷ لکڑا + ۱ لکڑا - ۱ لکڑا - ۱ لکڑا + ۱ لکڑا - ۱ لکڑا اور ۱ لکڑا - ۱ لکڑا + ۱ لکڑا

(۵) ۳ لکڑا - ۲ لکڑا + ۷ لکڑا - ۱ لکڑا - ۹ لکڑا + ۱ لکڑا - ۱ لکڑا + ۱ لکڑا اور ۱ لکڑا + ۱ لکڑا

(۶) ۱ لکڑا + ۲ لکڑا + ۱ لکڑا - ح لکڑا - ع لکڑا - ۲ لکڑا - ۱ لکڑا - ۱ لکڑا

(۷) ۴ لکڑا + ۱ لکڑا - ۱ لکڑا + ۱ لکڑا + ۱ لکڑا - ۱ لکڑا + ۱ لکڑا - ۱ لکڑا اور ۱ لکڑا - ۱ لکڑا + ۱ لکڑا

اور ۱ لکڑا + ۱ لکڑا - ۱ لکڑا

(۸) ۱ لکڑا - ۱ لکڑا + ۱ لکڑا - ۱ لکڑا + ۱ لکڑا - ۱ لکڑا + ۱ لکڑا اور ۱ لکڑا + ۱ لکڑا - ۱ لکڑا

(۹) ۱ لکڑا + ۱ لکڑا - ۱ لکڑا + ۱ لکڑا - ۱ لکڑا + ۱ لکڑا - ۱ لکڑا اور ۱ لکڑا + ۱ لکڑا - ۱ لکڑا

خطوط وصالی

خطوط وحدانی دور کریگا

شانس

جواب ۱ + پ + ل + س + ی

(۲) جملہ $ا + ب -$ (لدا - سی) کی خطوط وحدانی دور و جواب $ا + ب -$ لا - سی

دلیل اسکی قواعد جمع اور تفریق سے ظاہر ہے

(۳) اس جملہ $- (م + ل) -$ [$ا - (م - ن)$] سے خطوط وحدانی دور کرو

اس صورت میں ایک خطوط وحدانی کے اندر دوسرے خطوط وحدانی واقع ہوتی ہیں اسکا ضرور ہوگا کہ

قاعدہ مذکور کو دو دفعہ متواتر کام میں لائیں اول دفعہ میں ہم $م - ن$ کو ایک رقم خیال کریں

تو دو خطوط وحدانی کے دور کرنے سے ہیکو یہ حاصل ہوگا کہ

اور دوبارہ خطوط وحدانی کے دور کرنے سے ہیکو یہ حاصل ہوگا کہ

اوں ارقام کو سادہ کر جو آپس میں ایک دوسرے کو فنا کرتی ہیں تو یہ جواب حاصل ہوگا کہ

امثلہ مشق ۳

جملہ ذیل سی خطوط وحدانی دور کرو

(۱) $ا - ب +$ (۲ - ۱) (۲) (۱ - ب) - (۳ + ب - ۱)

(۳) $(ا - لا) + (لا - ب) - (ا - ب)$ (۴) لا - سی ~ (لا - لا - لا - لا - لا)

(۵) $ا + لا + (ب - لا + ج - د) - (ا + لا + د)$ (۶) - (۱ + لا + لا + سی) + (۵ - لا - ۴)

(۷) [$ا - (لا - سی)$] - (۲ + لا + سی) (۸) (لا - ۳ + لا - ۴) - (۲ - ۳ - لا - ۳)

(۹) $[م - ن - لا - لا - سی] - [۲ + لا + لا - سی + م]$

(۱۰) $[ع - ق + (ا - ۱ - ۲ - ع - ق)]$

خطوط وحدانی کے داخل کریں

قاعدہ

(۱) جن ارقام کو مثبت خطوط وحدانی کے اندر داخل کرنا منظور ہو انکو مع انکی علامتوں کے

خطوط وحدانی کے اندر جس ترتیب سے چاہو لکھو

(۲) جن ارقام کو منفی خطوط وحدانی کے اندر داخل کرنا منظور ہو انہیں سے ہر ایک کی علامت بدل کر

خطوط وحدانی کے اندر لکھو

مثالین

(۱) $a - b + c - d$ - اکی تین آخر کی رقمیں مثبت خطوط وحدانی کے اندر داخل کرو

جواب $a - b + (c - d) - 1$

(۲) اکی تین رقموں کو منفی خطوط وحدانی کے اندر داخل کرو

جواب $a - b - (c - d) + 1$

علامات + اور -

چونکہ تمام جملوں میں دو یا زیادہ ارقام علامات + اور - کے ساتھ مربوط ہوتے ہیں اسلئے ضرور ہوا کہ دو جملوں کی ضرب میں یہ دریافت کریں کہ عمل ضرب میں یہ علامتیں کس طرح متعلق ہوتی ہیں فرض کرو کہ a اور b کے فرق کو c اور d کے فرق میں ضرب دینا ہی اگر اعداد پر خیال کریں تو یہ ظاہر معلوم ہوتا ہے کہ حاصل ضرب مقدار $(a - b)$ اور فرق c اور d کا برابر ہے اور حاصل ضربوں کے تفاوت کی جوا $a - b$ کو c اور d میں جدا جدا ضرب دینے سے

پیدا ہوتے ہیں یعنی $(a - b)(c - d) = (a - b)c - (a - b)d$ اور اسی خیال سے یہ بھی ظاہر ہے کہ

$$(a - b)c = ac - bc$$

$$(a - b)d = ad - bd$$

اسی واسطے تفریق کرنے سے

$(a - b)(c - d) = ac - bc - ad + bd$ اسے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ $a - b$ کو $(c - d)$ میں ضرب دینے کا عمل اس صورت اجمالی میں ہوتا ہے

$$\begin{array}{r} a - b \\ \times c - d \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ac - bc \\ ad - bd \\ \hline \end{array}$$

$$ac - bc - ad + bd$$

اب اس عمل سے یہ ایک صحیح مقدمہ مرتب ہوتا ہے

مقدمہ

(۱) جب دو رقموں پر ایک ہی علامت متصرف ہو خواہ دونوں پر + ہو خواہ دونوں پر - ہو تو

حاصل ضرب مثبت ہوگا
(۲) جب دور قوتوں پر مختلف علامتیں متصرف ہوں ایک + ہو دوسری - ہو تو ان کا حاصل ضرب
یہ مقدار جو اعداد پر خیالی کرنے سے پیدا ہوتا ہے اور تمام اعمال جبریہ میں مانا گیا ہے
جنہیں تقادیر خواہ کسی قسم کی ہوں آپس میں ضرب دی جائیں
یہی مقدار تقسیم اعداد کی صورت میں ہی ہے وجہ اس کی یہ ہے کہ

$$\begin{aligned} 1 \times 1 &= 1 \\ \frac{1}{1} &= 1 \\ 1 - 1 &= 0 \end{aligned}$$

اول صورت سے یہ تبادلات ہوتا ہے کہ اگر ایک منفی مقدار کو دوسری منفی مقدار تقسیم کریں
تو مثبت خارج قسمت پیدا ہوتا ہے اور دوسری صورت سے یہ اخذ ہوتا ہے کہ جب ایک منفی مقدار
مثبت مقدار تقسیم کریں تو خارج قسمت منفی ہوتا ہے
الحاصل بطرح ضرب اور قسمت میں تقادیر آپس میں ترکیب پاتی ہیں اور ان کے واسطے یہ مختصر قاعدہ ہے

قاعدہ
(۱) یکساں علامتوں سے + پیدا ہوتا ہے
(۲) مختلف علامتوں سے - پیدا ہوتا ہے

اگر متعدد اجزاء ضرب دیے جائیں تو ان میں اگر منفی اجزاء ضربی کی تعداد جفت ہو تو حاصل ضرب
مثبت ہوگا اور اگر تعداد طاق ہوگی تو حاصل ضرب منفی ہوگا اس قاعدہ کو قاعدہ علامات اگے لکھینگے

قوت نما

قوت نما وہ عدد ہوتا ہے جسے یہ معلوم ہوتا ہے کہ ایک مقدار تو اتنا ضرب دینے سے کس قوت میں
صعود کرتی ہے جیسے کہ ۱ کو دوسری قوت ۱ کی کہتے ہیں اور اکثر اس کو ۱ کا مربع کہتے ہیں
اور ۲ کو قوت نما کہتے ہیں اور اس طرح ۳ تا ۱۰ کی ایک ضرب ۱ کا ہی اور ۱۱ قوت نما
جس طرح سے قوا پیدا ہوتے ہیں اور ان سے آسانی سے سمجھ میں آسکتا ہے کہ یہ قوا کس

طوری ضرب اور قسمت میں ترکیب پائی ہیں
 مثلاً فرض کرو کہ ۱۲ میں ضرب دینا ہے

$$1 \times 1 \times 1 = 1^3$$

$$1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1^5$$

$$1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1^{10}$$

اسی طرح

علی العموم اگر n اور n مثبت صحیح اعداد ہوں تو
 $n \times n = n^2$

(۱) اب فرض کرو کہ n کو n بقیہ کرنا ہو تو اس سبب کہ
 $n \times n = n^2$

یہہ اخذ ہوتا ہے کہ خارج قسمت مطلوب آئے
 علی العموم اگر n اور n مثبت صحیح ہوں اور n پر n نسبت n کے ہو تو
 $n - n = 0$

(۲)

یہہ نتائج عظیمہ قواعد ضرب اور قسمت کے ہیں اس سے یہہ مقدمہ مرتب ہوتا ہے کہ

- (۱) دو قوتوں کے حاصل ضرب کا قوت نامہ برابر ضرب اور ضرب فیہ کے قوت ناموں کے مجموعہ ہوتا ہے
- (۲) دو قوتوں کے خارج قسمت کا قوت نامہ برابر مقسوم اور مقسوم علیہ کی قوت ناموں کے فرق کی ہوتا ہے

مساواتوں (۱) اور (۲) یہہ نتائج عظیمہ مستنبط ہوتی ہیں

اگر $m = n$ تو مساوات (۱) سے یہہ استخراج ہوگا کہ

$$n \times n = (n)^2 = n^2$$

$$n \times n \times n = (n)^3 = n^3$$

اور یہہ علی العموم یہہ نتائج پیدا ہوں گے

نتیجہ اول کسی رقم کا صعود کسی قوت کا اس طرح ہوتا ہے کہ اس کے قوت نامہ اور اس قوت کے
 قوت نامہ میں ضرب دین

اب اس کا عکس کرو تو یہہ نتیجہ حاصل ہوگا

نتیجہ ۲ کسی رقم کا نزول کسی مرتبہ کا اس طرح ہوتا ہے کہ اس رقم کی قوت نامہ اور اس

نزول مطلوب کے قوت نما تقسیم کرو

اگر $m = n$ تو مساوات (۲) میں

$$\frac{m}{m} = \frac{m}{m} - m$$

یعنی ۱ = ۱

مثبت ۳ جس رقم کا قوت ناقص ہو وہ واحد برابر ہوتی ہے

+ اور - کے باب میں جو دفعہ لکھی ہے اسے ظاہر ہوتا ہے کہ

کسی منفی مقدار کی تمام جہت قوتیں مثبت ہوتی ہیں

اور کسی منفی مقدار کی تمام طاق قوتیں منفی ہوتی ہیں

مثالیں

(۱) ۱ اور ۱ کا حاصل ضرب کیا ہے جواب ۱

(۲) ۱ اور ۱ کا خارج قسمت کیا ہے جواب ۱

(۳) حاصل ضرب متواتر ۱ و ۱ و ۱ و ۱ کا کیا ہے جواب ۱

(۴) - ۱ کی چوتھی قوت اور ۱ کی ساتویں قوت کا حاصل ضرب دریافت کرو

چونکہ $(-1)^4 = 1$ اور $(-1)^7 = -1$ جواب - ۱

(۵) ۱ کو ۱ میں ضرب دیکر ۱ تقسیم کریں تو کیا خارج قسمت پیدا ہوگا جواب ۱ بناؤ

(۶) $(-1)^4$ اور $(-1)^7$ تقسیم کیا گیا ۱ اور - ۱ کے حاصل ضرب پر کی گئی

جواب ۱

(۷) ۱ اور ۱ کا حاصل ضرب بناؤ جواب ۱

(۸) ۱ اور ۱ کا خارج قسمت بناؤ جواب ۱

(۹) ۱ کی پانچویں قوت دریافت کرو جواب ۱

(۱۰) ۱ کی چوتھی قوت دریافت کرو جواب ۱

(۱۱) ہم لاء کی جذر لکھ کر درایت کو جواب ۳ لاء ۲
 (۱۲) ۱۰ کی تیسری قوت کو دس لاکھ لکھ کر جذر پر تقسیم کرنے سے کیا خارجیت نکلے گا جواب ۱

ضرب

ضرب جبر یہ کی تین حالتیں ہوتی ہیں
 اول مضروب اور مضروب فیہ دونوں یک رقی ہوں
 دوم مضروب فیہ یک رقی ہو اور مضروب بہ کثیر الارقام ہو
 سوم مضروب اور مضروب فیہ دونوں کثیر الارقام ہوں
 مضروب اور مضروب فیہ دونوں یک رقی ہیں

قاعدہ

(۱) اگر کوئی حرف یا حروف مضروب اور مضروب فیہ دونوں یک رقی ہوں تو جمع کی موافق او کی قوت نام کو
 جمع کرو اور جو اس طرح حاصل جمع یا حاصل جمع دریافت ہوں ان کو حاصل ضرب کا قوت ثانیاً
 (۲) اور اس حاصل کے ساتھ اور اجزاء ضربی کو علامت ضرب کے ساتھ لکھ دو اور قاعدہ
 علامات ٹھوٹا خاطر رکھو
 حاصل حاصل ضرب مطلوب ہوگا

مثالیں

- (۱) ۵ لاء ۲ میں ضرب دو جواب ۳ لاء ۲
 (۲) - ۱۰ لاء ۲ کو ۵ میں ضرب دو جواب - ۱۰ لاء ۲
 (۳) - ۵ لاء اور - ۳ لاء اور ۳ لاء کو ۱۰ میں ضرب دو جواب ۱۰ لاء اور ۳ لاء

مشق ۴

- حاصل ضرب دریافت کرو
 (۱) ۳ لاء اور ۳ لاء کا
 (۲) - ۳ لاء اور ۲ لاء کا
 (۳) ۱۰ لاء اور ۱۰ لاء کا
 (۴) - ۳ لاء اور - ۳ لاء کا

(۵) لاء اور۔ بی اور۔ ج ی لاکا (۶) آن لاء اور۔ لاء اور۔ ج ی لاکا

مضروب کثیر الارقام اور مضروب فیہ یک رقمی کا

قاعدہ

- (۱) مضروب کی ہر رقم کو مضروب فیہ میں ضرب دو
(۲) حوصل ضرب کو مناسب علامتیں اونکی اول لکھ کر کسی ترتیب سی لکھ دو

ماحصل حاصل ضرب مطلوب ہوگا **مثالیں**

(۱) $۲۵۳ + ۴۵۷$ کو ۵ لائیں ضرب دو

$۲۵۳ + ۴۵۷$ ی

۵

$۱۰۵۰ + ۲۰۵۰$ لائی

(۲) $۵۰ + ۱۰۵۰$ ب لائی - ۵۰ ج ی کو - ۱۰۵۰ ج ی میں ضرب دو

$۵۰ + ۱۰۵۰$ ب لائی - ۵۰ ج ی

- ۱۰۵۰ ج ی

- ۱۰۵۰ ج ی - ۱۰۵۰ ج ی + ۱۰۵۰ ج ی

امثلہ مشق ۵

جو حاصل ضرب دریافت کرو

(۱) $۵۰ + ۱۰۵۰$ ج ی اور م مرکا (۲) ۵۰ لائی - ۱۰۵۰ ج ی اور ج لائی کا

(۳) ۵۰ لائی - ۱۰۵۰ ج ی اور ۱۰۵۰ ج ی لائی کا (۴) ۵۰ لائی - ۱۰۵۰ ج ی اور لائی کا

(۵) ۵۰ لائی - ۱۰۵۰ ج ی اور ۱۰۵۰ ج ی

دونو مضروب اور مضروب فیہ کثیر الارقام ہیں

قاعدہ

- (۱) مضروب اور مضروب فیہ کو کسی حرف کے قواء کے موافق بالترتیب لکھ کر ماتحت دوسرے
(۲) مضروب کی ہر رقم کو مضروب فیہ کی اول رقم میں ضرب دو اور پھر دوسری رقم میں ضرب

اور پھر تیسری میں اور علیٰ ہذا القیاس

(۳) جو بہ متعدد ماحصل حاصل ہونگے اونکو جمع کرو

یہ حاصل جمع حاصل ضرب مطلوب ہوگا

(۱) سلا ۳ - ۲ سلا + ۴ سلا + ۲ سلا + ۳ سلا = ۱۲ سلا

$$\begin{array}{r} r + u^N + \delta r - \delta s \\ s - u^N + \delta r \end{array}$$

$$W_N + W_N + W_N = 94$$

$$u_1 + u_4 + u_1 - u_5$$

7-115-00 7-119-

$$4 - 10r - 10r^2 + 10r^3 - 10r^4 + 10r^5$$

(۲) اللہ - سلام، وحی کو ملا - ن - و - امین ضرب دو

52+58 = 110

1. 1000 5 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176 177 178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192 193 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208 209 210 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 221 222 223 224 225 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237 238 239 240 241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256 257 258 259 260 261 262 263 264 265 266 267 268 269 270 271 272 273 274 275 276 277 278 279 280 281 282 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304 305 306 307 308 309 310 311 312 313 314 315 316 317 318 319 320 321 322 323 324 325 326 327 328 329 330 331 332 333 334 335 336 337 338 339 340 341 342 343 344 345 346 347 348 349 350 351 352 353 354 355 356 357 358 359 360 361 362 363 364 365 366 367 368 369 370 371 372 373 374 375 376 377 378 379 380 381 382 383 384 385 386 387 388 389 390 391 392 393 394 395 396 397 398 399 400 401 402 403 404 405 406 407 408 409 410 411 412 413 414 415 416 417 418 419 420 421 422 423 424 425 426 427 428 429 430 431 432 433 434 435 436 437 438 439 440 441 442 443 444 445 446 447 448 449 450 451 452 453 454 455 456 457 458 459 460 461 462 463 464 465 466 467 468 469 470 471 472 473 474 475 476 477 478 479 480 481 482 483 484 485 486 487 488 489 490 491 492 493 494 495 496 497 498 499 500 501 502 503 504 505 506 507 508 509 510 511 512 513 514 515 516 517 518 519 520 521 522 523 524 525 526 527 528 529 530 531 532 533 534 535 536 537 538 539 540 541 542 543 544 545 546 547 548 549 550 551 552 553 554 555 556 557 558 559 560 561 562 563 564 565 566 567 568 569 570 571 572 573 574 575 576 577 578 579 580 581 582 583 584 585 586 587 588 589 590 591 592 593 594 595 596 597 598 599 600 601 602 603 604 605 606 607 608 609 610 611 612 613 614 615 616 617 618 619 620 621 622 623 624 625 626 627 628 629 630 631 632 633 634 635 636 637 638 639 640 641 642 643 644 645 646 647 648 649 650 651 652 653 654 655 656 657 658 659 660 661 662 663 664 665 666 667 668 669 670 671 672 673 674 675 676 677 678 679 680 681 682 683 684 685 686 687 688 689 690 691 692 693 694 695 696 697 698 699 700 701 702 703 704 705 706 707 708 709 710 711 712 713 714 715 716 717 718 719 720 721 722 723 724 725 726 727 728 729 730 731 732 733 734 735 736 737 738 739 740 741 742 743 744 745 746 747 748 749 750 751 752 753 754 755 756 757 758 759 760 761 762 763 764 765 766 767 768 769 770 771 772 773 774 775 776 777 778 779 780 781 782 783 784 785 786 787 788 789 790 791 792 793 794 795 796 797 798 799 800 801 802 803 804 805 806 807 808 809 810 811 812 813 814 815 816 817 818 819 820 821 822 823 824 825 826 827 828 829 830 831 832 833 834 835 836 837 838 839 840 841 842 843 844 845 846 847 848 849 850 851 852 853 854 855 856 857 858 859 860 861 862 863 864 865 866 867 868 869 870 871 872 873 874 875 876 877 878 879 880 881 882 883 884 885 886 887 888 889 890 891 892 893 894 895 896 897 898 899 900 901 902 903 904 905 906 907 908 909 910 911 912 913 914 915 916 917 918 919 920 921 922 923 924 925 926 927 928 929 930 931 932 933 934 935 936 937 938 939 940 941 942 943 944 945 946 947 948 949 950 951 952 953 954 955 956 957 958 959 960 961 962 963 964 965 966 967 968 969 970 971 972 973 974 975 976 977 978 979 980 981 982 983 984 985 986 987 988 989 990 991 992 993 994 995 996 997 998 999 1000

۵۸۲۴۵۸۶۷۸۹۱۰۱۱۲۱۳۱۴۱۵۱۶۱۷۱۸۱۹۲۰۲۱۲۲۲۳۲۴۲۵۲۶۲۷۲۸۲۹۳۰۳۱۳۲۳۳۳۴۳۵۳۶۳۷۳۸۳۹۴۰۴۱۴۲۴۳۴۴۴۵۴۶۴۷۴۸۴۹۵۰۵۱۵۲۵۳۵۴۵۵۵۶۵۷۵۸۵۹۶۰۶۱۶۲۶۳۶۴۶۵۶۶۶۷۶۸۶۹۷۰۷۱۷۲۷۳۷۴۷۵۷۶۷۷۷۸۷۹۸۰۸۱۸۲۸۳۸۴۸۵۸۶۸۷۸۸۸۹۹۰۹۱۹۲۹۳۹۴۹۵۹۶۹۷۹۸۹۹۱۰۰

+ ان لای - بیان لای + ح ن ک

52-50-451-

مؤلفاً + (أول - م ب) للأشياء (ع م - ب ن) للأشياء (ع ن - ك - ل) للأشياء - ح ز

(سوم) لڑا + لڑا + لڑا + لڑا کو لڑے میں ضرب دو

$$45 + 50 + 55 + 60$$

5-14

$$x^2 + 5x + 5x + x$$

۵ - ۴ - ۳ - ۲ - ۱

4-10-57

(۴) لا آ + ہ + ی کو لا + ی میں ضرب دو

$$5 + 5 + 5$$

$$G + S + M$$

$$\sqrt{5}N + \sqrt{5}N + \sqrt{5}$$

$$6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

$$5 + 55 + 555 +$$

لا + ك + سي + لا + ك + لا + ك + لا + ك + لا + ك + لا + ك

اس کا ضرب میں تمام حاصل ضرب بحریہ میں تقادیر غرضتھا نلکہ میں اور آخر حاصل میں ارقام تعددہ میں

جو اپنی علامتوں سمیت کسی ترتیب سے لکھی گئی ہیں اسی صورت میں ہمیشہ اس طرح حاصل ضرب کو لکھنا چاہیے کہ ایک اونین قرینہ اور ترتیب پائی جائے

امثلہ مشق ۶

مضروب فی

- ۱- لا- ۳
- ۲- لا- ۱
- ۳- لا- ۲
- ۴- لا- ۱
- ۵- لا- ۲
- ۶- لا- ۱
- ۷- لا- ۲
- ۸- لا- ۱
- ۹- لا- ۲
- ۱۰- لا- ۱
- ۱۱- لا- ۲
- ۱۲- لا- ۱
- ۱۳- لا- ۲
- ۱۴- لا- ۱
- ۱۵- لا- ۲

- (۱) ۱ + لا + لا + لا
- (۲) ۱ + لا - لا + لا
- (۳) لا - لا - لا + لا
- (۴) لا + لا + لا + لا
- (۵) لا - لا - لا + لا
- (۶) لا + لا + لا + لا
- (۷) لا - لا - لا + لا
- (۸) لا + لا - لا - لا
- (۹) لا - لا - لا + لا
- (۱۰) لا - لا - لا + لا
- (۱۱) لا + لا - لا - لا
- (۱۲) لا + لا - لا - لا
- (۱۳) لا - لا - لا + لا
- (۱۴) لا + لا - لا - لا
- (۱۵) لا + لا - لا - لا

اب ہم چند مقدمات علامت لکھتے ہیں ضرب جبریہ کی ترکیبوں میں اکثر واقع ہوتے ہیں

مقدمہ ۱

دو مقداروں کے مجموعہ کا مربع برابر ہوتا ہے اور ان کے مربعوں کے مجموعہ سے دو مقداروں کے حاصل ضرب کے دوگنے کے برابر ہوتا ہے

دو مقداریں جن کو

۱ + ب

۱ + ب

۱ + ب

۱ + ب

$$\text{اسیوٹے } (1 + 2) = 1 + 2 \text{ اور } 1 + 2 = 3$$

مقدمہ ۲
دو مقداروں کے فرق کا مربع برابر ہوتا، ان کے مربعوں کے مجموعہ منفی ان کے دو چند حاصل ضرب کے
فرض کرو کہ ۱ اور ۲ دو مقداریں ہوں تو

$$\begin{array}{r} 1 - 2 \\ 1 - 2 \\ \hline 1 - 2 \\ 1 - 2 \\ \hline 1 - 2 + 1 \end{array}$$

$$\text{اسیوٹے } (1 - 2) = 1 - 2 \text{ اور } 1 - 2 = -1$$

مقدمہ ۳
دو مقداروں کے مجموعہ اور فرق کا حاصل ضرب برابر ہوتا، ان کے مربعوں کے فرق کے
فرض کرو کہ ۱ اور ۲ دو مقداریں ہوں تو

$$\begin{array}{r} 1 + 2 \\ 1 - 2 \\ \hline 1 + 2 \\ 1 - 2 \\ \hline 1 - 2 \end{array}$$

$$\text{اسیوٹے } (1 + 2)(1 - 2) = 1 - 2$$

مقدمہ ۴
دو مقداروں کے مجموعہ کا مربع برابر ہوتا ہے ان کے مربعوں کے مجموعہ مع چہ حاصل ضرب
ان کے مجموعہ اور حاصل ضرب کے
فرض کرو کہ ۱ اور ۲ مقداریں ہوں اور مربع ۱ + ۲ کا ۱ + ۲ میں ضرب لیا جائے

$$(1+b)^3 = 1 + 3b + 3b^2 + b^3$$

$$(1-b) = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3}$$
$$(v) \quad (a+b) - c = (a-c) + b$$

59-5014

(۴) $لا + لا + لا$ اور $لا - لا + لا$ کا مطلب بتاؤ

(۴) لا + لا + ا اور لا - لا + ا کا اصل عربی بناوٹ
 ان جملوں کو مجموعہ اور فرق (لا + ا) اور لا کا خیال کر کے تین اسوے موجب مقدمہ سوم کے

قسمت کی یہی تین صورتیں ہیں

اول مقسوم اور مقسوم علیہ دونوں رقم مفرد ہوں
دوم مقسوم کثیر الارقام اور مقسوم علیہ رقم مفرد ہو
سوم مقسوم اور مقسوم علیہ دونوں کثیر الارقام ہوں
اگر مقسوم اور مقسوم علیہ دونوں مفرد رقم ہوں

قاعدہ

(۱) مقسوم علیہ کو نیچے مقسوم کے کہے کی طرح لکھو اور باخراہ ضربی دونوں مشترک ہوں اس وقت کہ
(۲) اگر ایک ہی حرف دونوں مقسوم اور مقسوم علیہ میں ہو اور ان کی قوت نہ مختلف ہوں تو
مقسوم علیہ کے قوت نہ کو قسمت مقسوم علیہ کے قوت نہ سے تفریق کرو اور باقی کو قوت نہ خارج
میں اس حرف کا لکھو
ماحصل خارج ہوگا

مثالیں

(۱) ۷۷ لاؤ اور ۹ لاؤ کا خارج قسمت دریافت کرو
مقسوم علیہ ۹ لاؤ کو مقسوم ۷۷ لاؤ کے نیچے لکھو اور باخراہ ضربی مشترک ۹ اور لاؤ کو ساقط کرو

اور اسے موجب قاعدہ کے جواب ۷۷ حاصل ہوگا
(۲) ۶۳۷۸ لاؤ اور ۹۷۸ لاؤ کا خارج قسمت دریافت کرو جواب ۶۳۷۸ لاؤ
(۳) ۱۰۸۰۰ لاؤ اور ۱۰۸۰۰ لاؤ کا خارج قسمت بناؤ
جواب ۱۰۰۰ لاؤ اور ۱۰۰۰ لاؤ کا خارج قسمت بناؤ

خارج قسمت دریافت کرو

(۱) ۱۲ لاؤ اور ۱۲ لاؤ کا (۲) ۳۵ لاؤ اور ۷۲ لاؤ کا
(۳) ۳۷ لاؤ اور ۱۲ لاؤ کا (۴) ۱۰۸ لاؤ اور ۱۰۸ لاؤ کا
(۵) ۱۰۰۰ لاؤ اور ۱۰۰۰ لاؤ کا (۶) ۱۲ لاؤ اور ۱۲ لاؤ کا

اگر مقسوم کثیر الارقام اور مقسوم علیہ رقم مفرد ہو

قاعدہ

- (۱) مقسوم کی ہر رقم کو مقسوم علیہ تقسیم کرو
(۲) خارج قسمتی کے اول مناسب علامتیں مقرر کر کے بالترتیب لکھو
جسٹ خارج مطلب ہوگا مثالیں

(۱) $۳۸۸ - ۱۶۸ = ۲۲۸$ کو ۸ لاکر تقسیم کرو جواب $۲۸ - ۲ - ۳ = ۲۳$

(۲) $۱۵۸ - ۲۵۸ = ۳۵۸$ کو ۵۰ لاکر تقسیم کرو جواب $۳۱ - ۱۸ + ۵ = ۱۸$ ع

امثلہ مشق ۹

مقسوم علیہ
۳۸۸

(۱) $۱۵۸ - ۱۶۸ = ۲۲۸$

م

(۲) $۱۵۸ - ۱۶۸ = ۲۲۸$

۱۱

(۳) $۱۵۸ - ۱۶۸ = ۲۲۸$

ع

(۴) $۱۵۸ - ۱۶۸ = ۲۲۸$

۱۸

(۵) $۱۵۸ - ۱۶۸ = ۲۲۸$

۱۸

(۶) $۱۵۸ - ۱۶۸ = ۲۲۸$

۶

(۷) $۱۵۸ - ۱۶۸ = ۲۲۸$

۱۸

(۸) $۱۵۸ - ۱۶۸ = ۲۲۸$

۱۸

(۹) $۱۵۸ - ۱۶۸ = ۲۲۸$

۱۸

(۱۰) $۱۵۸ - ۱۶۸ = ۲۲۸$

مقسوم اور مقسوم علیہ دونوں کثیر الارقام ہوں

- (۱) مقسوم اور مقسوم علیہ دونوں کو ایک حرف کے قوائے موافق اس ترتیب سے لکھو کہ قوائے تدریج
برستی جائیں یا گنتی جائیں (جس ترتیب میں قوائے برستی جاتی ہیں اسکو ترتیب تصاعیدی کہتے ہیں
اور جس میں قوائے گنتی جائیں اسکو ترتیب تنازلی)

$1 + \frac{1}{2} (2)$

- (۳) $لا + ۱$
 (۴) $لا - ۱ - ۲ - ۳ - ۴$
 (۵) $لا - ۲ - ۳ - ۴ - ۵ - ۶ - ۷ - ۸ - ۹$
 (۶) $لا + ۱ - ۲ - ۳ - ۴ - ۵ - ۶ - ۷ - ۸ - ۹$
 (۷) $لا + ۱ - ۲ - ۳ - ۴ - ۵ - ۶ - ۷ - ۸ - ۹ - ۱۰$
 (۸) $لا + ۱ - ۲ - ۳ - ۴ - ۵ - ۶ - ۷ - ۸ - ۹ - ۱۰ - ۱۱ - ۱۲$
 (۹) $لا + ۱ - ۲ - ۳ - ۴ - ۵ - ۶ - ۷ - ۸ - ۹ - ۱۰ - ۱۱ - ۱۲ - ۱۳$
 (۱۰) $لا + ۱ - ۲ - ۳ - ۴ - ۵ - ۶ - ۷ - ۸ - ۹ - ۱۰ - ۱۱ - ۱۲ - ۱۳ - ۱۴ - ۱۵$

جب تقسوم اور مقسوم علیہ توار متنازعہ کے موافق لکھی جائیں تو اس بات کا خیال رکھنا چاہیے کہ
 ہر باقی اپنی باقی کی باقی سے درجہ میں چھوٹی ہو اس صورت میں یہ ممکن ہے کہ عمل تقسیم کا جاری کرنا
 جب تک کہ باقی ایسے حاصل ہو کہ وہ مقسوم علیہ سے درجہ میں ادنیٰ ہو اسکی مثالیں ذیل میں دی گئی ہیں

مثالیں

(۱) $۱۰ لا + ۷ - لا - ۸ + لا + ۱۲ کو ۲ لا + ۳ پر تقسیم کرو$
 $(۳ + لا ۲) ۱۰ لا + ۷ - لا - ۸ + لا + ۱۲ (۵ لا - ۲ لا + ۲)$
 $۱۰ لا + ۵ لا$

$لا ۸ - لا ۸$

$لا ۸ - لا ۲$

$لا ۱۲ + لا ۱۲$

$باقی = \frac{۶ + لا ۱۲}{۸}$

(۲) $لا + ۷ + لا + ق کو لا - ۱ پر تقسیم کرو$
 $لا - ۱ (لا + ۷ + لا + ق) (لا + ۱ + لا + ق)$
 $لا - لا$

$(لا + ۷ + ق)$

$(لا + ۷ + ق) لا - لا (لا + ۷ + ق)$

$لا (لا + ۷ + ق) + ق$

باقی = $لا + ۷ + ق$

(۳) $لا + ۷ + لا + ق کو لا - ۱ پر تقسیم کرو$

باقی دوسری درجہ کی ہے اور مقسوم علیہ سے ایک درجہ کم ہے

امثلہ شق ۱۱

مقسوم علیہ

مقسوم (۱) $۴۸۸ - ۴۸۸ + ۱ + ۸ + ۲$

$۱ + ۸ + ۲$

(۲) $۸ + ۲$

$۱ + ۸$

(۳) $۸ - ۲$

$۸ - ۴ + ۸ + ۲$

(۴) $۸ + ۴ + ۸ + ۲ + ۴ + ۸ + ۲$

$۸ + ۲$

(۵) $۴ + ۸ + ۲ + ۴ + ۸ + ۲ + ۴ + ۸ + ۲$

$۱ + ۸ + ۲$

(۶) $۴ - ۲ + ۸ + ۲$

$۸ + ۲ + ۴ + ۸ + ۲$

(۷) $۴ + ۲ + ۴ + ۸ + ۲$

$۸ + ۲ + ۴ + ۸$

(۸) $۸ + ۴ + ۸$

$۸ + ۲ + ۴ + ۸ + ۱$

(۹) $۴ + ۲ + ۴ + ۵ + ۸$

$۸ + ۲ + ۴$

(۱۰) $۴ + ۲ + ۴ + ۸ + ۲ + ۴ + ۸ + ۲ + ۴ + ۸ + ۲$

جملوں کی تشریح

الجبر کے مطالب عطیہ میں یہ بات بھی ہے کہ جملوں کی تشریح ایسی سلسلوں میں کریں کہ ان میں ارقام منفرد علامات + اور - کے ساتھ شامل ہوں اسکو جملوں کا پہلا بابی کہتے ہیں بعض اوقات ان سلسلوں کی رقموں کی تعداد شناہی ہوتی ہے اور بعض اوقات او کی رقموں کی تعداد غیر شناہی ہوتی ہے بہت سی جملوں کی تشریح قواعد ضرب اور قسمت سے ہو سکتی ہے اسکی توضیح کے واسطے ذیل میں مثالیں لکھی جاتی ہیں

مثالیں

(۱) جملہ $(۱ + ۸)$ کی تشریح کرو

مربع $(۱ + ۸)$ کا $۱ + ۸ + ۲ + ۴ + ۸ + ۲ + ۴ + ۸ + ۲$ لکھیں ضرب دونوں یہ جواب حاصل ہوگا

$۲ + ۴ + ۸ + ۲ + ۴ + ۸ + ۲$

جواب ۱-۴۸+۱۰-۲۰+۲۵-۲۲+۱۶+۱۱

ان جملوں کی تشریحات لکھو
 مثلہ ۱۲

$$(۱) (۱-۲) \quad (۲) \quad (۳-۴)$$

$$(۳) (۱+۲+۳-۴) \quad (۴) \quad (۱+۲+۳-۴)$$

$$(۵) (۱+۲+۳+۴-۵) \quad (۶) (۱+۲+۳+۴-۵)$$

$$(۷) (۱+۲+۳+۴-۵) \quad (۸) (۱+۲+۳+۴-۵)$$

$$(۹) (۱+۲+۳+۴-۵) \quad (۱۰) (۱+۲+۳+۴-۵)$$

مثلہ ذیل میں تشریح عمل قسمت سے ہوتی ہے تعداد ارقام کی غیر متناہی ہو کر ان میں ایک خاص قانون پابجا ہے

(۱) اسلئے کی تشریح ایسی سلسلہ ارقام میں کر دینا کہ کسی قواء متصاعده واقع ہوں

$$\text{تقسیم} \quad (۱-۲) \quad ۱ \quad (۱+۲+۳+۴-۵) \quad \text{وغیرہما}$$

$$\frac{۱-۲}{۱}$$

$$\frac{۱-۲}{۱}$$

$$\frac{۱-۲}{۱}$$

$$\frac{۱-۲}{۱}$$

$$\text{جواب} \quad ۱+۲+۳+۴-۵ \quad \text{وغیرہما}$$

(۲) اسلئے کی تشریح کرو

مقسوم علیہ (۱-۲) کو پہلا اور موافق قاعدہ قسمت کی عمل کرو
 (۱-۲+۳-۴) (۱+۲+۳+۴-۵) وغیرہما

$$\frac{۱-۲+۳-۴}{۱}$$

$$\frac{۱-۲+۳-۴}{۱}$$

$$\frac{۱-۲+۳-۴}{۱}$$

$$\frac{۱-۲+۳-۴}{۱}$$

اسلئے ضابطہ نیون بھی اسکا نام شہور بھی اور ثبوت اسکا اس کتاب کے آخر حصہ میں لکھا ہے

صعود
جس عمل کے کہ جملہ کثیر الارقام کے قواء حاصل ہوتے ہیں اور کو صعود کہتے ہیں اور یہ صعود کیا تو
متواتر ضرب دینے سے پیدا ہوتا یا وسیلہ ضابطہ جملہ ثنائی کے حاصل ہوتا جو صورتیں اسکی
پیش آتی ہیں اور انکی توضیح کے واسطے اشلہ ذیل لکھی جاتی ہیں

(۱) (۳ + ۲ = ۵) کی تشریح کرو

$$(۳ + ۲ = ۵) \text{ کی تشریح کرو}$$

بموجب بقدر صفحہ ۱۱۱ کے مربع اس جملہ ثنائی کا نتیجہ ہے

$$۱۸ + ۱۲ + ۳۲ + ۲۴ + ۱۶ + ۸ + ۴ + ۲ = ۱۰۸$$

اور یہی حاصل ہوگا اگر لڑکی جگہ ۳ اور لڑکی جگہ ۲ تشریح (لڑ + لڑ)

میں لکھی جو بموجب ضابطہ جملہ ثنائی کے حاصل ہو

(۲) (۱ + ۱ + ۱ + ۱ = ۴) کی تشریح لکھو

بموجب بقدر صفحہ ۱۱۱ کے

$$\text{جواب } ۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ + ۷ + ۸ + ۹ + ۱۰ = ۵۵$$

(۳) (۱ + ۱ - ۱ = ۱) کی تشریح کرو

(لڑ - لڑ) کی تشریح جو بموجب ضابطہ ثنائی کے حاصل ہو اور همین لڑکی جگہ ۱ + لڑ اور لڑکی

لڑ لکھو اور یہ (۱ + ۱) کی قواء کی تشریح کرو اور قواء متماثلہ کی امثال یکجا کرو تو یہ

جواب حاصل ہوگا

$$۱ + ۵ + ۱۰ - ۱۰ + ۱۱ + ۱۱ + ۱۰ - ۱۰ + ۱۰ - ۱۰ + ۱۰ - ۱۰ + ۱۰ - ۱۰ = ۱۰$$

اشلہ ۱۵

ان جملوں کی تشریح کرو

$$(۱) (۱ + ۱ + ۱ + ۱ = ۴) \quad (۲) (۱ - ۱ + ۱ + ۱ = ۲)$$

$$(۳) (۱ + ۱ + ۱ - ۱ = ۲) \quad (۴) (۱ + ۱ - ۱ - ۱ = ۰)$$

$$(۵) (۱ - ۱ + ۱ + ۱ = ۲) \quad (۶) (۱ + ۱ + ۱ + ۱ = ۴)$$

$$(۷) (۱ - ۱ - ۱ + ۱ = ۰) \quad (۸) (۱ - ۱ + ۱ - ۱ = ۰)$$

$$(۹) (۱ + ۱ - ۱ - ۱ = ۰) \quad (۱۰) (۱ - ۱ + ۱ - ۱ = ۰)$$

[illegible]

دوسری دفعہ جو عمل کیا گیا ہے اسکا حاصل تشریح (۱+ب) کی ہے اور اس طرح عمل کرنے سے
(۱+ب+ج+و غیرہ) کی کتنی ایک رقموں کی تیسری قوت تشریح دریافت کر سکتے ہیں
دلیل آئندہ سے یہ بات ظاہر ہے کہ دوسری دفعہ کی عمل میں جو حاصل اول اور دوم اور
سوم خانہ میں لکھی گئی ہیں وہ ۳ (۱+ب) و ۴ (۱+ب) اور ۵ (۱+ب) ہیں اور چھ
اول مرتبہ کی عمل سے رکتے ہیں چھین خانوں کے اندر ۳ ۱ و ۴ ۱ اور ۵ ۱ لکھی گئی ہیں اور ان کے
رقم زائد ب کو زیادہ کر کے آگے حاصل نکالی ہیں اس طرح ایک اور رقم زائد ج زیادہ کر کے
تیسری دفعہ عمل کرنے سے یہ حاصل حاصل ہونگی

۳ (۱+ب+ح) و ۴ (۱+ب+ح) اور (۱+ب+ح) اس بات پر خیال کرنا چاہیے کہ اس محل میں اول خانہ میں تین ازبیا اور دوسرے خانہ میں دو ازبیا اور تیسرے خانہ میں ایک ازبیا ہوتا ہے اور جو زیادتی ہوتی ہے وہ رقم رائے کو قابل کے خانہ کے مجموعہ میں ضرب دیکے ہوتی ہے

(۳) (۱+۲-۳) کی تشریح اس طریقہ کے موافق کرو

$$\begin{array}{r} \text{لا} - ۳ \text{ لا} + ۲ \text{ لا} \\ \text{لا} - ۶ \text{ لا} + ۳ \text{ لا} - ۱۲ \text{ لا} + ۳ \text{ لا} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - ۶ \text{ لا} + ۳ \text{ لا} - ۱۲ \text{ لا} + ۳ \text{ لا} \\ - ۶ \text{ لا} + ۹ \text{ لا} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۴ \text{ لا} - ۳ \text{ لا} + ۳ \text{ لا} + ۳ \text{ لا} \\ ۴ \text{ لا} - ۳ \text{ لا} - ۱۲ \text{ لا} + ۳ \text{ لا} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{لا} \\ \text{لا} \\ \text{لا} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۳ \text{ لا} \\ ۳ \text{ لا} - ۳ \text{ لا} \\ ۳ \text{ لا} \end{array}$$

$$۲ \text{ لا} - ۶ \text{ لا} + ۳ \text{ لا}$$

$$۳ \text{ لا} - ۶ \text{ لا} + ۳ \text{ لا}$$

$$\text{جواب لا} - ۳ \text{ لا} + ۲ \text{ لا}$$

(۷) دہ شرایط دریافت کرو جنکی موافق م لا + ن لا + ع ایک مجذور کامل ہو

$$\begin{array}{r} \text{م لا} + \frac{\text{ن}}{\text{م}} \\ \text{م لا} + \text{ن لا} + \text{ع} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{م لا} \\ \text{م لا} \\ \text{م لا} \\ \text{م لا} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{ن لا} + \text{ع} \\ \text{ن لا} + \frac{\text{ن}}{\text{م}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{ن} \\ \text{م} \\ \text{م لا} + \frac{\text{ن}}{\text{م}} \end{array}$$

اب ظاہر ہے کہ اگر مربع کامل ہو تو

$$\text{ع} = \frac{\text{ن}}{\text{م}} \text{ اس واسطے جواب ن = ع م}$$

نفسیہ

(۵) جذور مربع ۲ لا + ۹ لا + ۴ لا - ۱۲ لا + ۳ لا + ۳ لا + ۳ لا - ۱۲ لا + ۳ لا دریا

لا کے قواء کے موافق اول جملہ کو بالترتیب لکھو

[illegible]

امثل مشق ۱۸

ان حملوں سے جذر المکعب نکالو

تشہید اوں جلوں کو کسی حرف کی قواء متصاعده یا تنازلہ کے موافق لکھو

$$\mu_5 \leq -\mu_0 v + \mu_4 - \lambda \quad (1)$$

$$4N + 594 + 5N + 5N (P)$$

$$DN + \frac{W_4}{D} + \frac{A}{H_1} + W_{K_1}(W)$$

$$5150 + 5410 + 5740 + 6080 (N)$$

$$38 - 51 + 24 - 7 (5)$$

$$5150 - 54550 + 55130 - 552 (4)$$

$$A - u_1 - u_4 + u_{11} + u_{12} - u_{13} - u_{14} \quad (c)$$

$$1 + 0.1 - 0.09 + 0.01 - 0.001 + 0.0001 - \dots$$

$$55 \cdot 10^4 + 5519 + 5120 + 5111 + 504 + 551 + 54 + 1 \quad (9)$$

$$9 \text{ } 4N + 21N +$$

(۱۰) وہ شرائط دریافت کرو کہ یہ جملہ

لَا + بِلَا + سِي + لَا + دِي + لَا + فَتَا + حَكَا + هَلَا + كَا + كَا

ایک کعب کا ہے، وقت شکر اعظم ہر قسم کا اعظم

دو عدد و نو شکر اعظم یعنی مقسوم علی اعظم دیا ایک تر کیے و ان بقدر کتابت کرنا ضرور ہے

مقدمہ اول

اگر ایک عدد دوسرے عدد کو تقسیم کرتا ہو تو اس کے اضافے کو بھی اور تقسیم کرے گا

فرض کرو کہ ع یور التقسیم کرنا ہی یعنی یہ فرض کرو کہ م دفعہ د

کچھ باقی نہیں رہتا تو رے پوراک اور کو تقسیم کر لیا اس واسطے کہ اسے مرے اسے سپرد کر دے

ہوتا ہے کہ ۱ = کم لا اس واسطے کہ لا پورا ع پر کم دفعہ تقسیم ہوتا ہے

اور کچھ باقی نہیں رہتا

مقدمہ دوم

اگر دو عددوں میں سے ہر ایک کو ایک عدد پورا تقسیم کر کے تو اونکی مجموعہ اور فرق کو بھی تقسیم کر گیا
فرض کرو کہ ع پورا لے کو م دفعہ تقسیم کرتا ہی اسی واسطے $ل = م \times ع$ اور ع پورا لے کو ن دفعہ
تقسیم کرتا ہی اسی واسطے $ن = ل \div ع$
اور اسی واسطے

$$ل + م = ع (ن + م)$$

$$ل - م = ع (ن - م)$$

تقسیم کرتا

ان مساواتوں سے معلوم ہوتا ہی کہ ع پورا $(م + ن)$ دفعہ مجموعہ اور $(م - ن)$ دفعہ فرق کو

مقدمہ سوم

دو اعداد کے وفق اعظم مشترک میں اجزاء ضربی تمام تقسوم علیہ ایک مشترک اور ان دو اعداد میں ہونے والے
سواء کے کوئی اور خضر فی نہیں ہوتا
اول اس مقدمہ کو ایک صورت خاص لکھ کر ثابت کرتی ہیں پہر اس صورت عام آسانی سے ثابت
تثبیتاً فرض کرو کہ دو اعداد ۳۱۸ و ۸۷۰ اور ۵۶۰ میں اور اونکی تحلیل اجزاء ضربی اولی
کی گئی ہے تو یہ حاصل ہو گا کہ

$$۱۱ \times ۲ \times ۳ \times ۴ = ۸۷۰$$

$$۵ \times ۷ \times ۳ \times ۴ = ۴۲۰$$

اسے یہ ظاہر ہے کہ وفق اعظم ان اعداد کا

$$۷ \times ۳ \times ۲ = ۴۲$$

اسے مقدمہ کا دعوی ثابت ہی اگر فقط دیکھتے ہی اجزاء ضربی اولی معلوم ہو جایا کرتے تو
اس مقدمہ کے موافق نہایت آسانی سے وفق اعظم مشترک معلوم ہو جایا کرتے لیکن علی العموم
یہ نہیں ہو سکتا کہ ایسی نظر میں اجزاء ضربی اولی اعداد کے معلوم ہو جایا کریں گے قاعدہ
ضرورت ہی ہوا و سکو ثابت کرتی ہیں

مقدمہ چہارم

دہوتو

6/2

قاعده ۱

- سوم علیہ

سے دریں

پس آخر باقی جو اس عمل میں بچے یا قبل کے
منقسم علیہ کو پورا تقسیم کر دی وہی وہی مشترک اعظم
فرض کرو کہ ۱ اور ۲ دو اعداد ہوں

اگر عمل کا خاتمہ سبط ح ہو سطح اور یکساں توفیق چارم میں آخر مقسوم علیہ وفق مشترک اعظم ہوگا
اسے یہ استخراج ہوتا ہے کہ س وفق مشترک اعظم د اور س کا ہی اور اس کا ہی موجب
مقدمہ چارم وہ د اور ح کا وفق اعظم ہے اور نیر ح اور ب کا اور ج وہ ح
اور ب کا وفق اعظم ہو تو وہ لا اور ب کا وفق اعظم ہوا
ارقام مفردہ کا وفق اعظم بموجب مقدمہ سوم امثلہ ذیل کی طرح نکلتا ہے

مثالین

- (۱) ۹ لکڑی اور ۱۲ لکڑی کا وفق اعظم دریافت کرو
بوجوب مقدمہ سوم تمام اجزاء ضربی کو جو مشترک دونوں قیوں میں نہ ہوں دور کرو اور ہر باقی
اجزاء ضربی کو رہنے دو تو یہ جواب حاصل ہوگا کہ ۳ لکڑی
(۲) ۱۰ لکڑی اور ۱۲ لکڑی کا وفق اعظم دریافت کرو
جواب وفق اعظم = ۱۰ لکڑی

امثلہ مشق ۱۹

ان ارقام مفردہ کا وفق اعظم دریافت کرو

- (۱) ۳ لکڑی اور ۵ لکڑی کا (۲) ۱۰ لکڑی اور ۲۵ لکڑی کا
(۳) ۵ لکڑی اور ۴ لکڑی کا (۴) ۱۲ لکڑی اور ۲ لکڑی کا
(۵) ۱۶ لکڑی اور ۱۲ لکڑی کا (۶) ۱۵ لکڑی اور ۹ لکڑی کا
دو یا زیادہ کثیر الارقام کا وفق اعظم اس طرح دریافت ہو سکتا ہے جس طرح دو یا زیادہ عدد
وفق اعظم دریافت کیا تھا مگر اس میں یہ ترمیم ضرور ہے جو امثلہ ذیل میں کی گئی ہے
دو کثیر الارقام کا وفق اعظم وہ کثیر الارقام ہے جس کا رتبہ اعلیٰ ہو اور وہ دونوں بغیر باقی
تقسیم کرتا ہو اور دونوں خارج قسمتوں کے مشترک اجزاء ضربی اولے او میں شامل ہوں

مثالین

(۱) ان جملوں $۱+۲+۳+۴+۵+۶+۷+۸+۹+۱۰$ کا وفق اعظم دریافت کرو

$$\frac{۱+۲+۳+۴+۵+۶+۷+۸+۹+۱۰}{۱+۲+۳+۴+۵}$$

$$\frac{۱+۲+۳+۴+۵+۶+۷+۸+۹+۱۰}{۱+۲+۳+۴+۵}$$

$$\frac{۱+۲+۳+۴+۵}{۱+۲+۳+۴+۵}$$

اس مثال میں کثیر الارقام تیسرے رتبہ کا دوسرے رتبہ کے کثیر الارقام تقسیم ہوا، اور جو تکہ باقی $۱+۲+۳+۴+۵$ مقسوم علیہ سابق کو پورے تقسیم بغیر باقی کے کرتی ہی اس $۱+۲+۳+۴+۵$ جواب مطلوب ہے

(۲) ان جملوں $۱-۲+۳-۴+۵-۶+۷-۸+۹-۱۰$ کا وفق اعظم دریافت کرو

$$\frac{۱-۲+۳-۴+۵-۶+۷-۸+۹-۱۰}{۱-۲+۳-۴+۵-۶+۷-۸+۹-۱۰}$$

$$\frac{۱-۲+۳-۴+۵-۶+۷-۸+۹-۱۰}{۱-۲+۳-۴+۵-۶+۷-۸+۹-۱۰}$$

$$\frac{۱-۲+۳-۴+۵-۶+۷-۸+۹-۱۰}{۱-۲+۳-۴+۵-۶+۷-۸+۹-۱۰}$$

قاعدہ کے موافق عمل کرنے سے وفق اعظم $۱-۲+۳-۴+۵-۶+۷-۸+۹-۱۰$ معلوم ہوتا ہے اور جبکہ مفروضہ تقسیم کجا

تو حاصل $۱-۲+۳-۴+۵-۶+۷-۸+۹-۱۰$ اور $۱-۲+۳-۴+۵-۶+۷-۸+۹-۱۰$ ہو گئے لیکن ان خارج قسمیوں میں ایک جز

ضرب مشترک یعنی $۱-۲+۳-۴+۵-۶+۷-۸+۹-۱۰$ دراصل وفق اعظم حاصل ضرب $۱-۲+۳-۴+۵-۶+۷-۸+۹-۱۰$ کا

یعنی $۱-۲+۳-۴+۵-۶+۷-۸+۹-۱۰$ ہے اس واسطے جواب $۱-۲+۳-۴+۵-۶+۷-۸+۹-۱۰$ ہے

سید طرح سے یہ نتیجہ قاعدہ کو اس طرح کام میں لانے سے حاصل ہو سکتا ہے کہ

$$(1 + \mu) r - \mu = -\mu r (1 - \mu - \mu r)$$

24-5-105

۱۴۵۰-۱۴۵۱

۳-۵-۵

4-11-55

$$(1-x)^2 + y^2 =$$

$$r^2 + 11r + 4 = (r - 11)(r - 11)$$

۱۸۷۲-۱۸۷۳

٤-٥

4-115

اب اسے سید ہی طرح یہ معلوم ہو گیا کہ وفق اعظم لا ۲ ہے دلیل قاعدہ کی اس ترمیم کی یہ ہے
اول باقی لا ۱ لا ۲ ہی چونکہ اول رقم کا سرا ایک ہی اس لئے آگے تقسیم بغیر کسر کے داخل
کرنے کے نہیں ہو سکتی اس واسطے دو میں ضرب دینی ہیں اور لا ۲ لا ۲ کو مقسوم جدید
یہاں ترقی مخرج کو مقسوم علیہ تقسیم کرنے سے کسر نہیں داخل ہوتی اب سوال یہ ہے کہ ہم اس
۲ کی داخل کرنے کی کس دلیل پہنچیں یہ دلیل اس مجاز ہونی کی یہ ہے کہ بوجب مقدمہ چہارم کے
وفق اعظم مطلوب وفق اعظم باقی اور مقسوم علیہ کا ہی اس واسطے بوجب مقدمہ سوم کے وہ وفق
۲ باقی اور مقسوم علیہ کا ہی کیونکہ جز ضری ۲ جز ضری مقسوم علیہ لا ۲ لا ۲ کا نہیں ہی اور
اس واسطے وہ دونوں جملوں میں مشترک نہیں ہی اور یہ واسطے وفق اعظم میں نہ وہ داخل ہو سکتا
اور نہ کو بدل سکتا ہی خارج نسبت میں لا کی خجی دلکہہ دیتی ہیں جس سے یہ مفہوم ہو کہ وہ اپنی رقم بعد
وہ تعلق نہیں کرتا جو معمولی تقسیم میں رکھتا رہا ہی

دوسرے کے باقی۔ لہ + ۱۲ کو پہلے تقسوم علیہ بنانی سے خیر ضرربی۔ این ضرب دیکھتے ہیں تاکہ
اول رقم کی علت بدل جاوے اور اس تبدیل کے مجاز ہم اسی دلیل کے موافق ہیں جسکی موافقہ ضرربی ۱۲ اور
داخل کیا تھا یعنی اس دلیل سے کہ وہ ضرربی ۲ لہ۔ لہ۔ ۶ کا جواہر تقسوم بنا نہیں ہے
اور اس واسطے وہ فوق اعظم مطلوب سے کسی طرح کا تہذیب لایا گیا کہ اسکی
(۳) حملوں ۱۵ لہ۔ ۶ لہ۔ ۳۵ لہ + ۱۲ اور۔ ۱۱ لہ + ۱۱ لہ + ۶ کا فوق اعظم دریافت کرو

۲-۵ (۳۳۴-۱۱۱-۱۰-۱۰) (۱۰-۱۰)

۳۳۴-۱۱۱-۱۰-۱۰

۱۰-۱۰

۱۰-۱۰

جواب وفق اعظم = ۲-۵

اس مثال میں علی کثیر الارقام کو ۲ میں ضرب دیا میں کیونکہ ۲ دوسرے خط کا جزو ضربی نہیں ہے اسلئے وہ
وفق اعظم میں کچھ خلل نہیں ڈالے گا اب دوسرے مرحلہ میں عمل کی اسی دلیل کی موافق باقی اول کو ۲ میں
ضرب دیکر نیا مقسوم علیہ باقی میں اور اول مقسوم علیہ کو ۲ میں ضرب دیکر نیا مقسوم باقی میں اب عمل
دوسرے مرحلہ میں باقی کو ۲ میں دلیل سابق کے موافق ضرب دیکر میں اب اس مرحلہ عمل میں
۵۰-۱۱۱+۳۳۴ باقی دوم یعنی ۸۷۵ (۲-۵) ہی ۸۷۵-۵۰ جزو ضربی مقسوم
نہیں ہے اسلئے وہ مقسوم علیہ اعظم میں نہیں داخل ہو سکتا اسو سطی او سکواسا قط کر و پس جملہ ۲-۵
جو باقی رہتا وہ کثیر الارقام مفروضہ کا وفق اعظم ہے

(۵) ان جملوں ۳۳۴+۳۳۴-۱۱۱-۱۱۱-۱۰-۱۰ اور ۵۲+۱۹۸+۱۶۸-۱۱۱

کا وفق اعظم دریافت کرو

اب معانیہ سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ ۱۱۱ ایک جزو ضربی اول کثیر الارقام کا اور ۱۶۸ ایک جزو ضربی دوسرے کثیر الارقام
کا ہے اور سوا اسکی ۳۳۴ جزو ضربی مشترک ان دونوں جملوں کا اسلئے ہم جزو ضربی مشترک ۳۳۴ کو
تاقم کہتے ہیں اور باقی اجزا کو یعنی ۲ اور ۳ کو دور کرتے ہیں ۱۱۱ اور ۱۶۸ کو کثیر الارقام پر
تقسیم کرنے سے کثیر الارقام کی تحویل ان جملوں کی طرف ہو جائیگی کہ

۱۱۱+۱۱۱-۳۳۴-۳۳۴ اور ۹+۱۱۱+۳۳۴-۲۸ اور ہر اس طرح عمل کرو

۹+۱۱۱+۳۳۴-۲۸ (۲۸+۱۱۱+۳۳۴-۱۱۱-۱۱۱-۱۰-۱۰) (۲۸+۱۱۱+۳۳۴-۱۱۱-۱۱۱-۱۰-۱۰)

۱۱۱+۱۱۱+۳۳۴-۲۸

۱۱۱+۱۱۱-۳۳۴-۳۳۴

۳۳۴+۱۱۱-۱۱۱-۱۱۱

۳۳۴+۱۱۱-۱۱۱-۱۱۱

(۸۹) ÷ ۳۵۶-۱۱۱-۱۱۱

$$۲۹ + ۳۳ + ۹۹ (۴ + ۳۳)$$

$$۱۱۲ + ۹۹$$

$$۲۸ + ۲۱$$

$$۲۸ + ۲۱$$

اسے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ ۳۳ + ۲۸ فوق اعظم کثیر الارقام مختصر کا ہی اب اسکو جزو ضربی مشترک ۲۸ میں ضرب دو تو
یہ جواب حاصل ہوگا کہ ۹۹ + ۱۱۲

عمل اور مسئلہ فوق اعظم کا تمام اور کہاں ان مثالوں میں بیان کیا گیا اور تجربہ سے یہ بات ثابت ہے کہ جب یہ
جملوں کے فوق اعظم دریافت کرنی میں بڑی دشواری اور وقت اس بات کی دریافت کر نہیں پڑتی کہ
کہ کون سے اجزاء ضربی کو قائم رہیں دیکھ کو کسی اجزاء ضربی کو داخل کریں کو کسی اجزاء ضربی کو
ساقط کریں اس واسطے قواعد ذیل اور زیادہ کئے جاتے ہیں

قاعدہ اول دو نو کثیر الارقام میں جدا جدا جو اجزاء ضربی ہر رقم میں مشترک ہوں انکو تحقیق کرو
اگر کوئی جزو ضربی مشترک دو نو کثیر الارقام میں ہو تو اسکو مقسوم علیہ اعظم مطلوب کے اجزاء ضربی
نانے کے واسطے علیہ رکھ چھوڑو اور باقی اور اجزاء ضربی کو ساقط کرو
قاعدہ دوم باقی سے تمام مقسوم علیہ مفروضہ ساقط کرو اور ضرورت کی صورت میں الباقی
اجزاء ضربی داخل کرو کہ انکی ہر فوق خارج قسمت امین کسر نہ داخل ہو
قاعدہ سوم اگر انثال عددی ایسی ہے جو جائیں کہ انکی اجزاء ضربی بادی النظر میں معلوم تو
انکا مقسوم علیہ اعظم قواعد اعداد کی موافق دریافت کرو

مثالیں

ان جملوں کا فوق اعظم دریافت کرو

$$۹۰۰ + ۳۰۰ + ۳۰۰ + ۵۰۰ - ۲۵۰۰$$

$$۳۴۰۰ - ۱۸۰۰ + ۶۰۰ - ۳۰۰ - ۳۰۰$$

معائنہ سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ ۱۸۰۰ جزو ضربی مشترک اول کثیر الارقام کی ہر رقم میں ہے اور
۶۰۰ جزو ضربی مشترک دوسرے کثیر الارقام کے ہر رقم میں ہے اور ان دونوں کا

جہر ضربی مشترک ۲۰ لاکھ ہے اسلئے اسکو کہہ چھوڑو اور باقی اجزاء کو ساقط کر کے جملوں کی مختصر صورت

$$۳۵ - ۱۰۰ + ۳۰۰ - ۶۰۰ + ۲۰۰ - ۲۵۰$$

ان میں سے اول کو ۲ میں ضرب دیکر اسطرح عمل کرو

$$۶۰۰ - ۳۰۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۸۰۰ - ۶۰۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۵۰۰ - ۳۰۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰$$

$$۵۰۰ - ۳۰۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰$$

$$۳۰۰ - ۶۰۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰$$

$$۲۰۰ - ۱۰۰ + ۳۰۰ - ۶۰۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰$$

$$۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰$$

$$۹۰۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰$$

$$۵۰۰ + ۳۰۰$$

$$۳۰۰ + ۵۰۰ - ۶۰۰ + ۳۰۰ - ۱۰۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰$$

$$۳۰۰ - ۶۰۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰$$

امثلہ شق ۳۰

ان جملوں کا وفق اعظم دریافت کرو

$$(۱) ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰$$

$$(۲) ۲۰۰ - ۱۰۰ + ۳۰۰ - ۶۰۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰$$

$$(۳) ۳۰۰ - ۶۰۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰$$

$$(۴) ۴۰۰ - ۳۰۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰$$

$$(۵) ۵۰۰ - ۴۰۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰$$

$$(۶) ۶۰۰ - ۵۰۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰$$

$$(۷) ۷۰۰ - ۶۰۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰$$

$$(۸) ۸۰۰ - ۷۰۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰ + ۱۰۰ - ۲۵۰$$

(۹) ۳ ل + ۱ ل - ۵ ل - ۲ ل اور ۳ ل - ۲ ل - ۱ ل - ۳ ل
 (۱۰) ۱۲ ل + ۱۲ ل - ۱۲ ل - ۱۲ ل اور ۳ ل - ۲ ل - ۱ ل - ۳ ل

مشترک ذواضعاف اقل

دو عددوں کے مشترک ذواضعاف اقل نکالنے کا قاعدہ یہ ہے کہ

قاعدہ

(۱) اعداد مفروضہ کا وفق اعظم دریافت کرو

(۲) ان اعداد میں سے ایک عدد کو اس وفق اعظم پر تقسیم کرو

(۳) خارج قسمت کو دوسری عدد میں ضرب دو

پس جو حاصل ضرب اس طرح حاصل ہوگا وہ مشترک ذواضعاف اقل ہوگا

فرض کرو کہ $\frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{3}$ دو اعداد ہوں اور ان کا مشترک ذواضعاف م ہو اب اسکو $\frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{3}$ پر تقسیم کرنے سے جو خارج قسمت $\frac{1}{6}$ اور $\frac{1}{6}$ پیدا ہوں گی وہ حتی الامکان کم از کم ہوں گے چونکہ $\frac{1}{6} = \frac{1}{6}$ اور $\frac{1}{6} = \frac{1}{6}$ تو اسے یہ حاصل ہوتا ہے کہ $\frac{1}{6} = \frac{1}{6}$ اور اسے

اسی طرح $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ کے برابر مختصر الدین لے کے ہے اور مختصر الدین اس طرح ہوتی ہے کہ $\frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{3}$ دونوں کو ان کے مشترک وفق اعظم پر تقسیم کریں فرض کرو کہ $\frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{3}$ کا وفق اعظم ہے اسے اس طرح

ہر طرف کہ $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

لیکن $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ مشترک ذواضعاف اقل کے ہوا دو اعداد مشترک ذواضعاف دریافت کرنے کے لیے یہ قاعدہ ہے کہ ان کا وفق اعظم نکالو اور اس پر ایک عدد کو تقسیم کرو

DA

جانِ خلیق لکھنؤ

مشاور

(۱) اربابِ ساج لاء اور اربابِ لاکھتق دریافت کرو

اسماء

ضيق = ۳۴ و ۳۵ براح لا و

(۲) ۳۳ سالہ لڑکی اور ۲۴ سالہ لڑکے کا خلیق کیا ہے

چونکہ ضیق ۱۳۳ اور ۲۴۷ کا ۱۷۲۹ اسی اسلئے

جواب ضیق = ۲۹۷۱۷۸۳۵

(۳) ۱۲ (آب - آب) اور ۱۸ (آب - آب) کا ضیق دریافت کرو

معائنہ سی بیہ ظاہری کہ یہ چلے اجزاء ضروری آدھ سو اب (ا-ب) اور

۴۲ سو (ا ب) (ا + ب) (ب) میں تحلیل ہو سکتی ہیں سو اسے ضیق میں آ

توت پر خضر فی کاو فی چاہے اس واسطے

جواب ضیق = ۳۶ (آب-ویا)

(۴) ضیق جملوں ۱۱ - ۵ لا + ۵ لا - ۲ اور ۱۰ لا - ۳ کا ضیق دریافت کرو

مشتہ کی اجزاء میں ان مخلوق کا معائنہ سے نہیں معلوم ہوتا اس لیے قاعدہ عامہ کو کام میں لانا

سچے و فتور مشین کے لئے - سہ ماہی خارجی قسمت اخذ کا ۱۷۸ + اے جک، او ایٹمین

خداوند متعال را که این دعا را بخواند و در هر روز یک بار بخواند، خداوند او را از همه بدیها نجات دهد و او را به جنت برساند.

اشملشوق ۲۱

ان جملوں کا مشترک ذواضعاف اقل دریافت کرو

- (۱) ۱۲ ابج اور ۲۸ ابج ۳ کا
 (۲) ۳۳ من لکائی اور ۱۲۱ ع ق لکائی کا
 (۳) ۴ لکائی اور ۱۲ لکائی اور ۲۱ لکائی کا
 (۴) ۱۵ (لکائی - ۵) لکائی اور ۳۵ (لکائی - ۵)
 (۵) ۷ (آب - ابج) اور ۱۴ ابج اور ۲۱ (آب - ابج)
 (۶) ۲ لکائی + ۳ لکائی - ۲ اور لکائی + لکائی - ۲
 (۷) لکائی - لکائی - ۲ لکائی اور لکائی - ۵ کا
 (۸) لکائی - ۳ اور لکائی - ۵ کا
 (۹) ۷ (لکائی - ۱) اور ۱۴ (لکائی - ۱) اور ۲۱ (لکائی - ۱) کا
 (۱۰) لکائی - ۵ لکائی + لکائی + لکائی - ۴ لکائی + لکائی - ۴ لکائی + ۸

امثال منقطع

سرموز صاحب نے اعمال جبریہ میں بہت باتیں ایجاد کر کے انرا دیکھن ایک ترکیب ضرب اور تقسیم کثیر اللہ رقم کی بھی نئی نکالی اس ترکیب کا نام امثال منقطع ہی اور وجہ تسمیہ یہ کہ ہم ارقام میں سے امثال کو قطع کر کے تمام عمل فقط او انہیں پر کرتے ہیں اور جواب نکلیں گے۔
 رموز یا حروف کثیر اللہ رقم کی ترکیب میں ہونے اور قطع نظر کرتے ہیں
 دو کثیر اللہ رقم کے ضرب میں اس ترکیب کا طریقہ امثال ذیل میں معلوم ہوگا

مثالین

(۱) کثیر اللہ رقم ۳ لکائی - ۲ لکائی + لکائی + ۴ لکائی + ۵ لکائی - ۵ کو ۲ لکائی + ۳ لکائی - ۲ میں ضرب دو

$$\begin{array}{r}
 ۳ - ۲ + ۴ - ۵ \\
 ۲ - ۳ + ۵ \\
 \hline
 ۱۰ - ۱۲ + ۸ - ۴ \\
 ۱۵ - ۱۸ + ۱۲ - ۹ \\
 ۱۰ - ۱۲ + ۸ - ۹ \\
 \hline
 ۱۰ - ۲۲ + ۰ + ۲۸ - ۵ - ۶
 \end{array}$$

جواب $۶۷ + ۵۰ - ۲۸ + ۱۰ = ۹۹$
 اب اس عمل کو ضرب سے جو نیچے لکھا ہے مقابلہ کرو تو دلیل عمل مذکور کی سمجھ میں آئے گی
 اور یہ معلوم ہو گا کہ اس طرح عمل کرنے سے کس قدر محنت اور دقت کی بچت ہوتی ہے

$$۳۱۲ - ۲۲ + ۴۴ + ۶۷ - ۵ =$$

$$۲۲ - ۳۱۲ +$$

$$۶۷ - ۵۰ + ۲۸ - ۱۰ =$$

$$۱۰۹ - ۶۷ + ۲۲ + ۳۱ - ۱۵ =$$

$$۱۰ + ۱۲ - ۸ - ۲۴ + ۶۷ =$$

اس ترکیب مختصر کا اصول یہ ہے کہ اولین وہ تمام اجزاء ترک کر دیئے جاتے ہیں جنکی
 کچھ ضرورت عمل میں نہیں ہے اور نقطہ ہی اصل اجزاء یعنی اشال اور اونکی ترکیب کی جاتی ہے
 جنسی کہ کام پڑتا ہے

(۲) کثیر اللہ رقم $۲۰ - ۳۳ + ۲۸ - ۱۰$ کو $۳۳ + ۲۸ - ۵$ میں ضرب دو
 اس اشال میں کثیر اللہ رقم میں بعض رقمیں موجود نہیں ہیں اس واسطے اشال کی شت
 کریں اور ان رقمیں کی جگہ صفر لکھو اور اس طرح عمل کرو

$$\begin{array}{r} ۲۰ \\ ۳۳ \\ ۲۸ \\ ۱۰ \\ \hline ۵ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۲۰ \\ ۳۳ \\ ۲۸ \\ ۱۰ \\ \hline ۵ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۲۰ \\ ۳۳ \\ ۲۸ \\ ۱۰ \\ \hline ۵ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۲۰ \\ ۳۳ \\ ۲۸ \\ ۱۰ \\ \hline ۵ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۲۰ \\ ۳۳ \\ ۲۸ \\ ۱۰ \\ \hline ۵ \end{array}$$

جواب $۱۲ + ۸ - ۹ - ۶ + ۲۶ + ۶۷ + ۱۶ - ۲۸ - ۱۰ + ۵ =$
 حاصل ضرب کا رتبہ برابر مضروب اور مضروب فیہ کے رتبوں کے مجموعہ کے ہی
 مضروب اور مضروب فیہ کے اشال کے لکھنے میں اس بقاعدہ کو ذہن میں رکھنا چاہیے

قاعدہ

تعداد ارقام کی کسی کامل کثیر الارقام میں اوسکے رتبے سے ایک زیادہ ہونی سی
اس قاعدہ پر توجہ کرنے سے ہم اس غلطی سے بچ سکیں گے جو اکثر امثال منقطع کی ترکیب میں ارقام
محدودہ کی جگہ صفر لکھنے میں ہو کرتی ہے۔

آخر مثال میں یہ ظاہر ہے کہ ہم صفر کی سطر کو جو مضروب فیہ کامل کی تیسری رقم کو فوق مقام
دور کر سکتے ہیں ایسی صورت میں یہ احتیاط چاہئے کہ آگے کی عمل پہلی رقم کو دو مرتبے چھوڑ کر
لکھیں اور اگر دو صفر متواتر مضروب فیہ میں واقع ہوں تو سطر بعد کی اول رقم تین مرتبے چھوڑ کر
لکھیں اور علیٰ ہذا القیاس

امثلہ شق ۲۲

مضروب فیہ

$$۱ + ۱۰$$

$$۱ + ۱۰۲ - ۱۰۰$$

$$۱۱۰۰ + ۱۰۰ - ۱۰۰$$

$$۱۰۰۰ + ۱۰۰ - ۱۰۰$$

$$۱۰۰ + ۱۰۰ - ۱۰۰$$

$$۱۰۰۰ + ۱۰۰ - ۱۰۰$$

$$۱۰۰۰ + ۱۰۰ - ۱۰۰$$

$$۱۰۰۰ + ۱۰۰ - ۱۰۰$$

$$۱۰۰۰ + ۱۰۰ - ۱۰۰$$

$$۱۰۰۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰ - ۱۰۰$$

مضروب

$$(۱) ۱ + ۱۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰۰$$

$$(۲) ۱۰۰۰ - ۱۰۰ + ۱۰۰۰ - ۱۰۰$$

$$(۳) ۱۰۰۰ - ۱۰۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰$$

$$(۴) ۱۰۰۰ - ۱۰۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰$$

$$(۵) ۱۰۰۰ - ۱۰۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰ - ۱۰۰$$

$$(۶) ۱۰۰۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰$$

$$(۷) ۱۰۰۰ - ۱۰۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰$$

$$(۸) ۱۰۰۰ - ۱۰۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰$$

$$(۹) ۱۰۰۰ - ۱۰۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰$$

$$(۱۰) ۱۰۰۰ + ۱۰۰ - ۱۰۰ - ۱۰۰ - ۱۰۰$$

امثال منقطع کی ترکیب میں جب تک سیدھی طرح نہیں چل سکتی کہ رقم اولیٰ کا سر
مقسوم علیہ میں ایک نہ ہو عمل کر نیکاطریقہ امثال ذیل سے ظاہر ہے

مثالیں

$$(۱) ۱۰۰۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰$$

۱	۲	۳	۴	۵	۶
۲۰	۱۲	۸	۶	۴	۳
۳۵	۲۰	۱۵	۱۰	۷	۵

جواب ۲ لکھ + ۳ لکھ + ۴ لکھ + ۵ لکھ + ۶ لکھ

طریقہ عمل کریں گے اس طرح ہی کہ تقسوم کے اشغال کو سطر افقی میں لکھا اور جواب کی علامتیں تہہ بہ تہہ ساتھ رکھیں اور تقسوم علیہ کے اشغال کو سطر عمودی میں لکھا اور سوا اول رقم کے سب اشغال کی علامت بدل دی جواب اول سطر میں ہندسہ پہلے ہوا کو سب نیچے کی سطر میں لکھو اور خارج قسمت کا اول ہندسہ

اور اس کو ۲ اور ۵ میں ضرب دو اور حاصل ضرب کو دوسری اوپری سطر عمودی میں لکھو اب دوسری سطر عمودی کا مجموعہ ۳ خارج قسمت کا دوسرا ہندسہ ہو گا اب اس کو ۳ اور ۵ میں ضرب دو اور حاصل ضرب کو تیسری اوپری سطر عمودی میں لکھو اب خارج قسمت کا تیسرا ہندسہ مجموعہ اول ہندسوں کا ہی تیسری سطر عمودی میں لکھی میں اب عمل اس طرح باسانی جاری رہتا ہی اور سطر عمودی کے مجموعہ سے خارج قسمت کے اشغال معلوم ہوتے ہیں خارج قسمت میں تعداد ارقام کی تقسوم اور تقسوم علیہ کے رتبوں کے تفاوت کے بقدر ایک کے زیادہ ہوگی اس اشغال میں چار تعداد ارقام ہوگی اب آگے کے ہندسے صفر میں اسے معلوم ہوتا ہی کہ کوئی باقی آگے نہیں چونکہ تقسیم عکس ضرب کا ہی اسلئے دلیل عمل کی اس طرح ظاہر ہو جائیگی کہ

۲ لکھ + ۳ لکھ + ۴ لکھ + ۵ لکھ + ۶ لکھ اور ۲ لکھ + ۳ لکھ + ۴ لکھ + ۵ لکھ کو موافق ترکیب اشغال منقطع کے ضرب دیں اور حاصل ضرب حاصل کو ۲ لکھ + ۳ لکھ + ۴ لکھ + ۵ لکھ پر تقسیم کریں

	۱	۲	۳	۴	۵
	۲	۳	۴	۵	۶
	۲	۳	۴	۵	۶
۳۵	۲۰	۱۵	۱۰	۷	۵
۳۵	۲۰	۱۵	۱۰	۷	۵
۳۵	۲۰	۱۵	۱۰	۷	۵

اول عمل میں جواب عدد واقع ہو تہہ بہ تہہ وہ دوسرے حصہ عمل کے اعداد سے فنا ہوتی ہیں اسلئے جو نتیجہ آخر کو حاصل

ہوتا ہے وہ متطابق اول سطر کے ہی اس واسطے کہ وہ خارج قسمت مطلوب ہے
اس مثال میں کچھ باقی نہیں بچتا اب اس باب کی تبدیلی کے واسطے کہ ترکیب یا مثال منقطع سے جیسا کہ خارج
قسمت دریافت ہوتا ہے ویسا ہی باقی بھی معلوم ہو جاتی ہے ۔ لہذا کہ کو تقسیم پر اس مثال میں زیادہ
کر دیتے ہیں تو حاصل اللہ + ۲۰ لکڑا + ۱۵ لکڑا + ۱۴ لکڑا + ۱۳ لکڑا + ۱۲ لکڑا + ۱۱ لکڑا + ۱۰ لکڑا +
تقسیم کرو تو خارج قسمت وہی نکلیگا جو پہلے نکلا تھا اور باقی ۷ لکڑا ہوگی اب ہم آخر عمل کا رقام راویہ
خطوط وحدانی میں داخل کر کے عمل کرتے ہیں

		0	N	μ	μ
			0	μ	1
(0-)	(\angle)	6	N	μ	μ
	N	1	4	μ	
μ0	μ0	10	10		
μ0	N1	μ0	μ0	6	μ
	N-	1-	4-	μ-	μ
μ0-	μ0-	10-	10-		0-
(0-)	(\angle)	6	N	μ	μ

جواب خارج قسمت ۲۵۵ + ۳۵۵ + ۴۵۵ + ۵۵۵ + ۶۵۵ + ۷۵۵ + ۸۵۵ + ۹۵۵ + ۱۰۵۵ + ۱۱۵۵ + ۱۲۵۵ + ۱۳۵۵ + ۱۴۵۵ + ۱۵۵۵ + ۱۶۵۵ + ۱۷۵۵ + ۱۸۵۵ + ۱۹۵۵ + ۲۰۵۵ + ۲۱۵۵ + ۲۲۵۵ + ۲۳۵۵ + ۲۴۵۵ + ۲۵۵۵ + ۲۶۵۵ + ۲۷۵۵ + ۲۸۵۵ + ۲۹۵۵ + ۳۰۵۵ + ۳۱۵۵ + ۳۲۵۵ + ۳۳۵۵ + ۳۴۵۵ + ۳۵۵۵ + ۳۶۵۵ + ۳۷۵۵ + ۳۸۵۵ + ۳۹۵۵ + ۴۰۵۵ + ۴۱۵۵ + ۴۲۵۵ + ۴۳۵۵ + ۴۴۵۵ + ۴۵۵۵ + ۴۶۵۵ + ۴۷۵۵ + ۴۸۵۵ + ۴۹۵۵ + ۵۰۵۵ + ۵۱۵۵ + ۵۲۵۵ + ۵۳۵۵ + ۵۴۵۵ + ۵۵۵۵ + ۵۶۵۵ + ۵۷۵۵ + ۵۸۵۵ + ۵۹۵۵ + ۶۰۵۵ + ۶۱۵۵ + ۶۲۵۵ + ۶۳۵۵ + ۶۴۵۵ + ۶۵۵۵ + ۶۶۵۵ + ۶۷۵۵ + ۶۸۵۵ + ۶۹۵۵ + ۷۰۵۵ + ۷۱۵۵ + ۷۲۵۵ + ۷۳۵۵ + ۷۴۵۵ + ۷۵۵۵ + ۷۶۵۵ + ۷۷۵۵ + ۷۸۵۵ + ۷۹۵۵ + ۸۰۵۵ + ۸۱۵۵ + ۸۲۵۵ + ۸۳۵۵ + ۸۴۵۵ + ۸۵۵۵ + ۸۶۵۵ + ۸۷۵۵ + ۸۸۵۵ + ۸۹۵۵ + ۹۰۵۵ + ۹۱۵۵ + ۹۲۵۵ + ۹۳۵۵ + ۹۴۵۵ + ۹۵۵۵ + ۹۶۵۵ + ۹۷۵۵ + ۹۸۵۵ + ۹۹۵۵ + ۱۰۰۵۵ + ۱۰۱۵۵ + ۱۰۲۵۵ + ۱۰۳۵۵ + ۱۰۴۵۵ + ۱۰۵۵۵ + ۱۰۶۵۵ + ۱۰۷۵۵ + ۱۰۸۵۵ + ۱۰۹۵۵ + ۱۱۰۵۵ + ۱۱۱۵۵ + ۱۱۲۵۵ + ۱۱۳۵۵ + ۱۱۴۵۵ + ۱۱۵۵۵ + ۱۱۶۵۵ + ۱۱۷۵۵ + ۱۱۸۵۵ + ۱۱۹۵۵ + ۱۲۰۵۵ + ۱۲۱۵۵ + ۱۲۲۵۵ + ۱۲۳۵۵ + ۱۲۴۵۵ + ۱۲۵۵۵ + ۱۲۶۵۵ + ۱۲۷۵۵ + ۱۲۸۵۵ + ۱۲۹۵۵ + ۱۳۰۵۵ + ۱۳۱۵۵ + ۱۳۲۵۵ + ۱۳۳۵۵ + ۱۳۴۵۵ + ۱۳۵۵۵ + ۱۳۶۵۵ + ۱۳۷۵۵ + ۱۳۸۵۵ + ۱۳۹۵۵ + ۱۴۰۵۵ + ۱۴۱۵۵ + ۱۴۲۵۵ + ۱۴۳۵۵ + ۱۴۴۵۵ + ۱۴۵۵۵ + ۱۴۶۵۵ + ۱۴۷۵۵ + ۱۴۸۵۵ + ۱۴۹۵۵ + ۱۵۰۵۵ + ۱۵۱۵۵ + ۱۵۲۵۵ + ۱۵۳۵۵ + ۱۵۴۵۵ + ۱۵۵۵۵ + ۱۵۶۵۵ + ۱۵۷۵۵ + ۱۵۸۵۵ + ۱۵۹۵۵ + ۱۶۰۵۵ + ۱۶۱۵۵ + ۱۶۲۵۵ + ۱۶۳۵۵ + ۱۶۴۵۵ + ۱۶۵۵۵ + ۱۶۶۵۵ + ۱۶۷۵۵ + ۱۶۸۵۵ + ۱۶۹۵۵ + ۱۷۰۵۵ + ۱۷۱۵۵ + ۱۷۲۵۵ + ۱۷۳۵۵ + ۱۷۴۵۵ + ۱۷۵۵۵ + ۱۷۶۵۵ + ۱۷۷۵۵ + ۱۷۸۵۵ + ۱۷۹۵۵ + ۱۸۰۵۵ + ۱۸۱۵۵ + ۱۸۲۵۵ + ۱۸۳۵۵ + ۱۸۴۵۵ + ۱۸۵۵۵ + ۱۸۶۵۵ + ۱۸۷۵۵ + ۱۸۸۵۵ + ۱۸۹۵۵ + ۱۹۰۵۵ + ۱۹۱۵۵ + ۱۹۲۵۵ + ۱۹۳۵۵ + ۱۹۴۵۵ + ۱۹۵۵۵ + ۱۹۶۵۵ + ۱۹۷۵۵ + ۱۹۸۵۵ + ۱۹۹۵۵ + ۲۰۰۵۵ + ۲۰۱۵۵ + ۲۰۲۵۵ + ۲۰۳۵۵ + ۲۰۴۵۵ + ۲۰۵۵۵ + ۲۰۶۵۵ + ۲۰۷۵۵ + ۲۰۸۵۵ + ۲۰۹۵۵ + ۲۱۰۵۵ + ۲۱۱۵۵ + ۲۱۲۵۵ + ۲۱۳۵۵ + ۲۱۴۵۵ + ۲۱۵۵۵ + ۲۱۶۵۵ + ۲۱۷۵۵ + ۲۱۸۵۵ + ۲۱۹۵۵ + ۲۲۰۵۵ + ۲۲۱۵۵ + ۲۲۲۵۵ + ۲۲۳۵۵ + ۲۲۴۵۵ + ۲۲۵۵۵ + ۲۲۶۵۵ + ۲۲۷۵۵ + ۲۲۸۵۵ + ۲۲۹۵۵ + ۲۳۰۵۵ + ۲۳۱۵۵ + ۲۳۲۵۵ + ۲۳۳۵۵ + ۲۳۴۵۵ + ۲۳۵۵۵ + ۲۳۶۵۵ + ۲۳۷۵۵ + ۲۳۸۵۵ + ۲۳۹۵۵ + ۲۴۰۵۵ + ۲۴۱۵۵ + ۲۴۲۵۵ + ۲۴۳۵۵ + ۲۴۴۵۵ + ۲۴۵۵۵ + ۲۴۶۵۵ + ۲۴۷۵۵ + ۲۴۸۵۵ + ۲۴۹۵۵ + ۲۵۰۵۵ + ۲۵۱۵۵ + ۲۵۲۵۵ + ۲۵۳۵۵ + ۲۵۴۵۵ + ۲۵۵۵۵ + ۲۵۶۵۵ + ۲۵۷۵۵ + ۲۵۸۵۵ + ۲۵۹۵۵ + ۲۶۰۵۵ + ۲۶۱۵۵ + ۲۶۲۵۵ + ۲۶۳۵۵ + ۲۶۴۵۵ + ۲۶۵۵۵ + ۲۶۶۵۵ + ۲۶۷۵۵ + ۲۶۸۵۵ + ۲۶۹۵۵ + ۲۷۰۵۵ + ۲۷۱۵۵ + ۲۷۲۵۵ + ۲۷۳۵۵ + ۲۷۴۵۵ + ۲۷۵۵۵ + ۲۷۶۵۵ + ۲۷۷۵۵ + ۲۷۸۵۵ + ۲۷۹۵۵ + ۲۸۰۵۵ + ۲۸۱۵۵ + ۲۸۲۵۵ + ۲۸۳۵۵ + ۲۸۴۵۵ + ۲۸۵۵۵ + ۲۸۶۵۵ + ۲۸۷۵۵ + ۲۸۸۵۵ + ۲۸۹۵۵ + ۲۹۰۵۵ + ۲۹۱۵۵ + ۲۹۲۵۵ + ۲۹۳۵۵ + ۲۹۴۵۵ + ۲۹۵۵۵ + ۲۹۶۵۵ + ۲۹۷۵۵ + ۲۹۸۵۵ + ۲۹۹۵۵ + ۳۰۰۵۵ + ۳۰۱۵۵ + ۳۰۲۵۵ + ۳۰۳۵۵ + ۳۰۴۵۵ + ۳۰۵۵۵ + ۳۰۶۵۵ + ۳۰۷۵۵ + ۳۰۸۵۵ + ۳۰۹۵۵ + ۳۱۰۵۵ + ۳۱۱۵۵ + ۳۱۲۵۵ + ۳۱۳۵۵ + ۳۱۴۵۵ + ۳۱۵۵۵ + ۳۱۶۵۵ + ۳۱۷۵۵ + ۳۱۸۵۵ + ۳۱۹۵۵ + ۳۲۰۵۵ + ۳۲۱۵۵ + ۳۲۲۵۵ + ۳۲۳۵۵ + ۳۲۴۵۵ + ۳۲۵۵۵ + ۳۲۶۵۵ + ۳۲۷۵۵ + ۳۲۸۵۵ + ۳۲۹۵۵ + ۳۳۰۵۵ + ۳۳۱۵۵ + ۳۳۲۵۵ + ۳۳۳۵۵ + ۳۳۴۵۵ + ۳۳۵۵۵ + ۳۳۶۵۵ + ۳۳۷۵۵ + ۳۳۸۵۵ + ۳۳۹۵۵ + ۳۴۰۵۵ + ۳۴۱۵۵ + ۳۴۲۵۵ + ۳۴۳۵۵ + ۳۴۴۵۵ + ۳۴۵۵۵ + ۳۴۶۵۵ + ۳۴۷۵۵ + ۳۴۸۵۵ + ۳۴۹۵۵ + ۳۵۰۵۵ + ۳۵۱۵۵ + ۳۵۲۵۵ + ۳۵۳۵۵ + ۳۵۴۵۵ + ۳۵۵۵۵ + ۳۵۶۵۵ + ۳۵۷۵۵ + ۳۵۸۵۵ + ۳۵۹۵۵ + ۳۶

(۲) ۵ لکھ + ۱۰ لکھ + ۴۸ لکھ = ۶۳ لکھ

خالی مقامات کو صفر سے پُر کرو اور عمل اس طرح کرو

25	2.	10-	0	1
		1.	2.	2
10-	25-	10-		25-
25-	10-	0-	0	1.

جواب خارج قسمت ۲۵ لک + ۱۰ لک + ۵

باقی - ۵۵ - ۱۰۱۰ + ۴۷

۳۳۳
اجرت و غیر خارج قسمتون و ریاضیات کو در اوت کرو

(۳) $\frac{۲۲۲ + ۳۲۲ - ۱۲۲}{۲۲۲ + ۳۲۲ + ۳۲۲ + ۳۲۲}$ کو مختصر الحدین بناؤ
 وفق اعظم شمار کنندہ اور نسب نما کا لہ ۲۲۲ ہی ایسی جواب $\frac{۲۲۲ - ۱۲۲}{۳۲۲ + ۳۲۲ + ۳۲۲}$ ہے
امثلہ شق ۲۴

کسور ذیل کو مختصر الحدین بناؤ

- | | |
|------------------------|------------------------|
| (۱) $\frac{۲۲۲}{۳۲۲}$ | (۲) $\frac{۴۰۰}{۱۰۰}$ |
| (۳) $\frac{۳۵}{۴۹}$ | (۴) $\frac{۱۰۰}{۱۰۰}$ |
| (۵) $\frac{۱۰۰}{۱۰۰}$ | (۶) $\frac{۱۰۰}{۱۰۰}$ |
| (۷) $\frac{۱۰۰}{۱۰۰}$ | (۸) $\frac{۱۰۰}{۱۰۰}$ |
| (۹) $\frac{۱۰۰}{۱۰۰}$ | (۱۰) $\frac{۱۰۰}{۱۰۰}$ |
| (۱۱) $\frac{۱۰۰}{۱۰۰}$ | (۱۲) $\frac{۱۰۰}{۱۰۰}$ |
| (۱۳) $\frac{۱۰۰}{۱۰۰}$ | (۱۴) $\frac{۱۰۰}{۱۰۰}$ |
| (۱۵) $\frac{۱۰۰}{۱۰۰}$ | (۱۶) $\frac{۱۰۰}{۱۰۰}$ |

دو یا زیادہ کسروں کی تحویل ایسی کسروں کی طرف کرو جس کا نسب نما یکساں ہو

قاعدہ

- (۱) ہر کسر کو مختصر الحدین بناؤ
- (۲) نسب نما یوں کا مشترک دو ضعاف اقل دریافت کرو جس سے اقل نسب نما متیح ہو سکے
- (۳) نسب نما مشترک کو ہر نسب نما تقسیم کرو اور خارج قسمتوں کو جدا گانہ شمار کنندہ و ضرب ضرب یہ حاصل ضرب شمار کنندہ سے مطلوبہ ہوئے

مثالین

- (۱) ۱ اور $\frac{۱}{۲}$ کی تحویل اقل نسب نما متحد کی طرف کرو
- مقدار ۱ کو ہم اکہ ایسی کسر خیال کر سکتی ہیں جس کا نسب نما واحد ہو یعنی $\frac{۱}{۱}$ اسلئے

جواب $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{3}$ کا اقل مشترک نسب نہ بناؤ
 (۲) $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{3}$ کا اقل مشترک نسب نہ بناؤ
 نسب نہ بنانے کا مشترک ذواضعاف اقل لگا کر بھی اس کے جواب $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{3}$ کا اقل مشترک نسب نہ بناؤ
 (۳) $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{3}$ کا اقل مشترک نسب نہ بناؤ
 جواب $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{3}$ کا اقل مشترک نسب نہ بناؤ
 (۴) $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{3}$ کا اقل مشترک نسب نہ بناؤ

اشک ۲۵

کسور ذیل کو اقل نسب نامہ مشترک بناؤ

(۱) $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{3}$ کا اقل مشترک نسب نہ بناؤ
 (۲) $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{3}$ کا اقل مشترک نسب نہ بناؤ
 (۳) $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{3}$ کا اقل مشترک نسب نہ بناؤ
 (۴) $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{3}$ کا اقل مشترک نسب نہ بناؤ
 (۵) $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{3}$ کا اقل مشترک نسب نہ بناؤ
 (۶) $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{3}$ کا اقل مشترک نسب نہ بناؤ

اگر درجہ شمار کنندہ کا اعلیٰ نسبت نسب نامہ ہو تو کسر کی تحویل کسر مرکب کی طرف ہو سکتی ہے
 جس کا ایک جز کثیر الارقام ہو اور ایک جز کم سور ہو

مثالین

کسور مرکب کی طرف تحویل کرو
 $\frac{3}{2} + \frac{1}{3} = \frac{10}{6}$

جواب $\frac{10}{6}$ اور $\frac{10}{6}$ کا اقل مشترک نسب نہ بناؤ

عمل معکوس یعنی کسر مرکب کی تحویل بالکل کسر کی طرف اس طرح ہو سکتی ہے

مثال

کسور مرکب کی طرف تحویل کرو
 $\frac{3}{2} + \frac{1}{3} = \frac{10}{6}$

کثیر الارقام کسر $\frac{3}{2}$ کو $\frac{10}{6}$ اور $\frac{1}{3}$ کو $\frac{2}{6}$ میں تبدیل کر کے حاصل کر لیں

تو حاصل جمع اس طرح ہوگا کہ مطلوب کا شمار کنندہ ہوگا اس لئے

جواب $\frac{10}{6}$ اور $\frac{10}{6}$ کا اقل مشترک نسب نہ بناؤ

کسور جبر کے جمع اور تفریق کے قواعد وہی ہیں جو علم حساب میں کسور کے جمع اور تفریق کے قواعد ہیں
یعنی کسور کا نسب نامہ نہ کر دو اور شمار کنندہ کو جمع یا تفریق کر کے شمار کنندہ بناؤ اور
نسب نامہ مشترک نسب نامہ بناؤ

مثالیں

(۱) $\frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{3}$ کا حاصل جمع دریافت کرو جواب $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$

(۲) $\frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{3}$ کا حاصل جمع دریافت کرو

کسور کا نسب نامہ یکساں کیا تو $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}$ اور $\frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$

حاصل ہوئی اسی واسطے جواب $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

(۳) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ کا فرق دریافت کرو

ان کا نسب نامہ یکساں کیا تو

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$ اور $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$

جواب $\frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$

(۴) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ کا حاصل جمع دریافت کرو

انہیں سے ہر ایک کسور کو مختصر الحدین یعنی $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$ اور $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$ بناؤ

جواب $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$ اور $\frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$

(۵) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ کا فرق دریافت کرو

کسور میں جبر ضربی مشترک ہے اسی واسطے تفاوت برابر ہے

$\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right] - \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right]$

جواب $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$

مشق ۲۴

(۱) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

(۲) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

(۴) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$

$$\begin{aligned}
 (5) \quad & \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1} \\
 (6) \quad & \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} \\
 (7) \quad & \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1} \\
 (8) \quad & \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} \\
 (9) \quad & \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1} \\
 (10) \quad & \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} \\
 (11) \quad & \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1} \\
 (12) \quad & \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} \\
 (13) \quad & \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1} \\
 (14) \quad & \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} \\
 (15) \quad & \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1} \\
 (16) \quad & \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} \\
 (17) \quad & \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1} \\
 (18) \quad & \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} \\
 (19) \quad & \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1} \\
 (20) \quad & \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} \\
 (21) \quad & \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1} \\
 (22) \quad & \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} \\
 (23) \quad & \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1}
 \end{aligned}$$

کسو جبریہ کے قاعدے ضرب اور قسمت کے وہی ہیں جو علم حساب میں ہوتی

مثالیں

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1} \\
 & \text{شمار کنندہ کو ضرب دیکر شمار کنندہ اور بسب ناموں کو ضرب دیکر بسب ناموں اور} \\
 & \text{اجزاء ضربی مشترک کو ساقط کرو جواب} \\
 (2) \quad & \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1} \\
 & \text{مقسوم کو مقسوم علیہ کے متکافی میں ضرب دو اور تمام اجزاء ضربی مشترک کو ساقط کرو} \\
 & \text{جواب} \\
 (3) \quad & \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1} \\
 & \text{یہ کسور اجزاء ضربی میں اس طرح تحلیل ہو سکتی ہیں}
 \end{aligned}$$

۱۱۱ اور ۱۱۰ + ۱۱ + ۱۱ اور ۱۱۱ + ۱۱ - ۱۱
یہ سب اہم ہیں کہ کوئی انہیں ایسی جملوں میں جنکی رقموں کی تعداد محدود ہو نہیں سکتی
برخلاف اس کے

۱۱۱ اور ۱۱۱ اور ۱۱۱ + ۱۱ + ۱۱ اور ۱۱۱ (م)

۱۱۱ - ۱۱ + ۱۱ - ۱۱
پر علامتیں ہی ہیں جو پہلی تینوں کے باوجود اس کے انہیں سے ہر ایک کی تحویل ایسی جملوں کی طرف ہو سکتی
جنکی رقمیں تعداد میں محدود ہوں یعنی ۱۱ اور ۱۱ + ۱۱ (۱ - ۱) (۱ - ۱)

اس لئے وہ اہم یا غیر ناطقہ نہیں ہیں
اب کی جملہ کے ناطق اور غیر ناطق یعنی اہم دریافت کرنا طریقہ یہ ہے کہ اگر بادی النظر میں یہ بات معلوم
تو جو قواعد نزول نکالنے کے اس رسالہ اور حساب کے رسالہ میں لکھی ہیں ان کے موافق عمل کرو پس اگر
یہ نزول ایسی جملوں میں نہ تحویل ہو سکی کہ جنکی رقموں کی تعداد محدود ہو تو انکو اہم یا غیر ناطقہ جانو
اب اہم دو طرح کے ہوتے ہیں ایک حقیقی دوسری خیالی

اگر علامت جذر کی جہت ہو اور اس کے اندر مقدار منفی ہو تو جان لینا چاہیے کہ اہم خیالی ہی کیونکہ سب
جہت جذبات مثبت ہوتی ہیں اس لئے یہ ناممکن ہے کہ دوسری مرتبہ کا یا چوتھی مرتبہ یا چھٹی مرتبہ کی
اور جہت مثبت کا جذر مقدار منفیہ کا نکل سکے اسی سبب ایسی جملوں کو جیسی کہ ۱۱ - ۱۱ اور ۱۱ - ۱۱
خیالی جملے کہتے ہیں اگرچہ کسی طرح بیان نہیں ہو سکتے لیکن تحقیقات ریاضیہ میں وہ مثل اور جملوں کے
کام میں آتے ہیں اور ان پر تمام اعمال روز جبریہ کے کئے جاتے ہیں

ضابطہ قوت ناما

صفات

جبریہ جملوں پر جب علامت جذر تصرف ہو تو انکی قیمت بیان کرنا طریقہ کتابت ان مقدمات سے
۱۸۹ بیان ہوئی ہے اس کے ساتھ اخذ ہو سکتا ہے جو اصول ان مقدمات و نتائج میں بیان ہوئے انہیں کو
وسعت دیکر منفی اور مکرر قوت ناموں کے بیان کرنا طریقہ کتابت اخذ کر لین

علامت جذر الطریق کی صفت سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ

$$1 = \sqrt{a} \times \sqrt{a}$$

اور اسی مقدمہ کی توسیع سے $\frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{a}} \times \frac{1}{\sqrt{a}}$ اور اس کے مقابلہ کرنے سے ظاہر ہوتا ہے کہ $\frac{1}{a}$ کا جذر المربع $\frac{1}{\sqrt{a}}$ سے مناسب طور پر تعبیر ہو سکتا ہے

علامت \sqrt{a} کی صفت سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ

$$1 = \left(\sqrt{a} \right)$$

لیکن نتیجہ اسے ظاہر ہوتا ہے

$$1 = \left(\frac{1}{\sqrt{a}} \right)$$

لیکن نتیجہ اسے ظاہر ہوتا ہے کہ

اسے ظاہر ہے کہ $\frac{1}{a}$ جو ان جذر کا $\frac{1}{\sqrt{a}}$ سے مناسب طور پر تعبیر ہو سکتا ہے

اور اسے $\frac{1}{\sqrt{a}}$ جو ان جذر کا $\left(\frac{1}{\sqrt{a}} \right)$ دین قوت خیال کر سکتے ہیں

اگر $m = n$ مساوات میں ہو

$$\frac{m}{n} = \frac{n}{m}$$

اسے یہ استنباط ہوتا ہے کہ $\frac{m}{n} = \frac{n}{m}$

اگر m کو فرض کرو کہ $n = m + c$

$$\frac{m}{m+c} = \frac{m+c}{m}$$

لیکن $\frac{m}{m+c} = \frac{m}{m} \times \frac{1}{1+\frac{c}{m}}$ اور $\frac{1}{1+\frac{c}{m}}$ کی رقوم تقسیم کرنے سے یہ حاصل ہوتا ہے

$$\frac{1}{1+\frac{c}{m}} = \frac{1}{1+\frac{c}{m}}$$

اسے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ $\frac{1}{1+\frac{c}{m}}$ کی مثبت قوت کا متکافی منفی قوت نما سے تعبیر ہوتا ہے

یعنی c دین قوت کا متکافی تساوی $(-c)$ دین قوت کی ہے

بعض اوقات جو ایسا ہوتا ہے کہ ہم صفحہ کی (۱) اور (۲) مساواتوں سے ثابت کرتے ہیں

کہ $\frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{a}} \times \frac{1}{\sqrt{a}}$ بالکل غلط ہے کیونکہ یہ مساواتیں اور حالت میں

فرض کی گئی ہیں کہ قوت تمام اور ان مثبت صحاح ہوں اس واسطے کہ ہم نیسایج کے نکالنے کے مجاز

اوس حالت میں ہیں کہ قوت نما کی شرائط کے ساتھ نہ فرض کی گئی ہوں کے سب سے
 مساوات $را \times ل = ل + ن$ کے فرض کرنے سے ہم معنی قوت نما ایسی ہی
 کر سکتے ہیں کہ انہیں اعداد کمسور اور منفی ہی داخل ہو جائیں اور اس سبب ہم ان متبادر جبر یہ
 کی قیمتوں کو خیر علامات جذریہ تصرف ہوں باسانی بیان کر سکتے ہیں اور انکے طریقہ کتابت
 مختصر بنا سکتے ہیں اس فرض کے موافق یا اور فرضوں کے مطابق جو اس قبیل کے ہوں ہم
 علم حساب کے احاطہ سے جسکو حایہ الجبر کہتے ہیں باہر نکال جاتے ہیں اور روزیہ الجبر میں جاتی ہیں
 اور اس روزیہ الجبر میں اعمال جو اعداد اور انکی ترکیبوں پر کیے جاتی ہیں وہ وسعت پاکر تمام قسم
 کی متبادر سے متعلق ہوتا ہے جس اصل پر بنا اس فرض کی ہی پی کا کہ صاحب پنجم متبادلہ
 میں اور سکا نام اصل مستقل صورتساوی لہر کہا ہی اور اوسکو ان الفاظ میں بیان کیا ہی
 جب روز صورت میں عام اور قیمت میں خاص ہوں تو صور جبر یہ کے مساوی لہر اویہ طرح
 مساوی لہر سیج جبکہ روز کی قیمت ہی اور انکی صورت کی طرح عام ہو جائے
 پس چونکہ قوت تمام اور ان جملوں میں جیسے کہ مساوات بنتی ہے کہ

$$را \times ل = ل + ن$$

صورت میں عام میں قیمت میں خاص ہیں یعنی مثبت صحیح ہیں اسواسم حکم اصل مستقل صورتساوی
 کے روزیہ الجبر میں ان جملوں کو مساوی لہر باہم ان قوت نما یوں عام قیمت کی حالت میں کر سکتی

مثالیں

- (۱) لہر کی ن دین جذر کے م دین قوت کو قوت نما کمسور میں بیان کرو چونکہ ن وان جذر (ل) قوت
 قوت ہی تو موجب نتیجہ اصفیہ کے یہ جواب حاصل ہوگا کہ $(\frac{ل}{ن}) = ل$
- (۲) لہر کی م دین قوت کان وان جذر قوت نما کمسور میں بیان کرو موجب نتیجہ ۲ صفحہ کے
 جواب $\frac{ل}{ن} = ل$

ان نتائج سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ ن دین جذر کی م دین قوت برابر ہوتی ہے م دین قوت
 کے ن دین جذر کے یعنی علی العموم یہ ہے کہ ایک ہی مقدار ارا اعمال صعود اور نزول کے متواتر

(۳) اس جذبہ جملہ $\sqrt{a-b}$ کو قوت نامہ کسور اور منفی میں لے کر

(۲) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} = \frac{3}{x}$ کو $\frac{1}{x}$ سے ضرب دیں

$$+ \frac{1}{15}u + \frac{1}{15}u + u$$

$$\frac{\frac{1}{15} + \frac{1}{15} \frac{1}{5} + \frac{1}{15} N + \frac{1}{15} + \frac{1}{15} N + s}{\frac{1}{15} + \frac{1}{15} N + s}$$

(۵) $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{11}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{13}$ $\frac{1}{14}$ $\frac{1}{15}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{17}$ $\frac{1}{18}$ $\frac{1}{19}$ $\frac{1}{20}$ $\frac{1}{21}$ $\frac{1}{22}$ $\frac{1}{23}$ $\frac{1}{24}$ $\frac{1}{25}$ $\frac{1}{26}$ $\frac{1}{27}$ $\frac{1}{28}$ $\frac{1}{29}$ $\frac{1}{30}$ $\frac{1}{31}$ $\frac{1}{32}$ $\frac{1}{33}$ $\frac{1}{34}$ $\frac{1}{35}$ $\frac{1}{36}$ $\frac{1}{37}$ $\frac{1}{38}$ $\frac{1}{39}$ $\frac{1}{40}$ $\frac{1}{41}$ $\frac{1}{42}$ $\frac{1}{43}$ $\frac{1}{44}$ $\frac{1}{45}$ $\frac{1}{46}$ $\frac{1}{47}$ $\frac{1}{48}$ $\frac{1}{49}$ $\frac{1}{50}$ $\frac{1}{51}$ $\frac{1}{52}$ $\frac{1}{53}$ $\frac{1}{54}$ $\frac{1}{55}$ $\frac{1}{56}$ $\frac{1}{57}$ $\frac{1}{58}$ $\frac{1}{59}$ $\frac{1}{60}$ $\frac{1}{61}$ $\frac{1}{62}$ $\frac{1}{63}$ $\frac{1}{64}$ $\frac{1}{65}$ $\frac{1}{66}$ $\frac{1}{67}$ $\frac{1}{68}$ $\frac{1}{69}$ $\frac{1}{70}$ $\frac{1}{71}$ $\frac{1}{72}$ $\frac{1}{73}$ $\frac{1}{74}$ $\frac{1}{75}$ $\frac{1}{76}$ $\frac{1}{77}$ $\frac{1}{78}$ $\frac{1}{79}$ $\frac{1}{80}$ $\frac{1}{81}$ $\frac{1}{82}$ $\frac{1}{83}$ $\frac{1}{84}$ $\frac{1}{85}$ $\frac{1}{86}$ $\frac{1}{87}$ $\frac{1}{88}$ $\frac{1}{89}$ $\frac{1}{90}$ $\frac{1}{91}$ $\frac{1}{92}$ $\frac{1}{93}$ $\frac{1}{94}$ $\frac{1}{95}$ $\frac{1}{96}$ $\frac{1}{97}$ $\frac{1}{98}$ $\frac{1}{99}$ $\frac{1}{100}$

امثل مشق ۴۸

(۱) ۲ لکھ ۱۰ روپے قوت میں اٹھارہ

(۲) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ کو ۲۴ میں قوت میں اٹھائو

(۳) جذر المعجب ۱۰۱۰۱۱ x کمالہ کا مخالف

(N) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ میں ضرب دو

(۵) $\frac{\sqrt{a^2 + b^2} \times \sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ کو لہ کی ایک قوت نامین بیان کرو

(4) $\frac{1}{x} + x + \frac{1}{x} = \frac{1}{x} + x - \frac{1}{x} + x + \frac{1}{x} + x$ میں ضرب دو

(۷) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ کو تیسری قوت میں لے آؤ

(۸) - و س + ت + ب - ی کو ت + ب + ی میں ضرب دو

(۹) لا - لا کو لا - لا یرقیم کرو

(۱۰) ۱ - چکو وا - ۲ - بتا پر تقسیم کرو

(۱۱) $\frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{6}{10} - \frac{5}{10} = \frac{1}{10}$ پر تقسیم کرو

یہ مقدمہ اصل متعلق صورتی سے مستنبط ہوتا ہے اگر اورب اورم ثابت صحیح ہوں تو یہہ ظاہر ہے کہ

$$Q \times B = (O \times B)$$

$$Q = \frac{O \times B}{B}$$

یہ صورتی از جنہیں اورب اورم اگرچہ خاص قیمت اور عام صورت رکھتی ہیں اور نیز وہ صورتیں بھی داخل ہیں جو مقدمہ میں بیان ہوئی ہیں مثالیں

$$(1) \text{ اگر } Q \text{ کو } H \text{ میں ضرب چونکہ } H = Q \text{ اور } H = Q \text{ تو } Q \text{ بوجہ مقدمہ کے}$$

$$H \times H = H \times Q = Q \times H = (O \times H) = H \times H$$

$$(2) \text{ اگر } Q \text{ کو } H \text{ تقسیم کرو}$$

$$\frac{H}{H} = \frac{Q}{H} = \frac{O}{H} = \frac{1}{H} = \frac{1}{H}$$

ایک مقدار خواہ ناطق یا غیر ناطق ہو اسکی صورت ایک اصم کی جسکا قوت نامعلوم ہو اس طرح جسکے نتیجے میں اس قوت نامکے نسب نامکے موافق صعود او اس مقدار کا لیں اور حاصل کو علامت جذر کے اندر لکھیں

مثالیں

$$(1) \text{ اگر مقدار اصم درجہ دوم بناؤ جواب } H$$

$$(2) \text{ م } H \text{ کی تحویل دے مقدار اصم کی طرف کر کے جسکا قوت نام } H \text{ ہو جواب } H$$

مقدمہ ۳

ایک مقدار اصم کا سر علامت جذر کے اندر آسکتا ہے اگر اسکو اصم کی صورت میں تحویل کر لیں

مثالیں

$$(1) \text{ اگر } H \text{ میں سر کو علامت جذر کے اندر لاؤ بوجہ مقدمہ ۲ کے } H = 1$$

$$\text{اور بوجہ مقدمہ ۱ کے } H \times H = H \text{ اور جواب ہے}$$

$$(2) \text{ } H^2 - 3H + 1 \text{ کے سر کو علامت جذر کے اندر لاؤ}$$

$$\text{چونکہ } (H - 1)^2 = H^2 - 2H + 1 \text{ اسلئے جواب } H^2 - 3H + 1 = (H - 1)^2 - H$$

$$(3) \text{ } H^2 - 5H + 5 \text{ میں سر کو علامت جذر کے اندر داخل کرو جواب } H^2 - 5H + 5 = (H - 2)^2 - 3H + 9$$

تقریر کریں

مشاور معلوم

جواب نام (۱۵ - ۱۶) مقدمات کے ہیں کہ اول اس کے قوت نما کو اس قوت نما کو معلوم کرنا ہر ایک مقدار کو قوت نما معلوم کرنے پر اس طرح لکھتے ہیں

فرض کرد $\frac{1}{2}$ کو قوت شمار $\frac{1}{2}$ کے نیچے کہنا ہو $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
 چونکہ $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ اس واسطے $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$

اور بموجب نتیجہ ۱۸ صفحہ بموجب اصل تنقل صورتی لک کے

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

نتیجہ ایک مقدار جو قوت نما کے ماتحت ہوا دس گنا اس قوت نما نیچے اس طرح آ سکتا ہے کہ
موجب اس مقدمہ کے اس کو قوت نما کی صورت میں تحویل کر لیں

مشائیں

(۱) $\frac{3}{4}$ کی تحویل قوت نہ $\frac{1}{4}$ کی طرف کر دو جواب $(\frac{4}{3})$ متائین

(۲) کما (۱۵ - ۱۷) کی تحویل قوت نماں ۵۰ کھانہ کھجور و حب

(۳) + اللہ تعالیٰ میں سب کو قوت عطا کرے تاکہ وہ اپنی زندگی میں اللہ کی تعظیم اور اس کی راہ میں قربانی کر سکیں۔

جواب $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(۴) اے (۱-۲) میں سرہم کو قوتِ نما کے ماتحت لاؤ جواب ۹ (۱-۲-۳)

مقدمہ

مقدمہ ۵

اگر علامت جذر کی ماتحت ایک جز ضربی واقع ہو تو وہ مقدار اصم کا سر علامت جذر کے اندر سے نکالکر

اس طرح بن سکتا ہے کہ اس کا جذر موافق قوت ناما مقدار اصم کے لیکن

فرض کرو کہ مقدار $\frac{1}{2}$ ہو اور یہ موجب ضابطہ قوت نما کے برابر ہے

$$E_{\text{eff}} \times \pi_{\text{eff}} = f_{\text{eff}} \times v = c \quad (1)$$

شاہ کبیر

(۱) مقدار صم ہا را کہ سے اول خبر ضرعی کو منتقل کرو جواب و سلامۃ

(۳) اول خبرضائی ہائیم (۱-۵) کہ مشغل کو جواب مہما۱۵-۱۶

جواب ۹ م (۱-۱۱) ۱۱ م (۱+۱۱)

مقدار اصرم کی تحویل مساوی و مختصر صورت میں کرو

(۱) علامت جذر کے اندر جو مقدار ہو اس کو اجزاء ضربی اولیٰ میں تحلیل کرو
(۲) علامت جذر کے اندر سے ہر جز ضربی کو منتقل کرو جس کا قوت نما برابر یا مقدار اصم کی قوت نما ہو یا اس کا اضعاف ہو
پس جو باقی رہتی ہے وہ مقدار اصم سادہ صورت ہوتی ہے

(۱) ۱۰۸۵ کو نہایت سادہ صورت میں تبدیل کر دیکھو کہ $1085 = 2 \times 535$

$= 3 \times 3 \times 3$ سے مستنبط ہوتا ہے کہ $10.8 = 3^3$ اس لئے
جواب ۳۰

(۲) $9\sqrt{19} \times 9\sqrt{19} = 81 \times 19 = 1539$ کوادریٹ بناؤ چونکہ $19 \times 19 = 361$ اور $9 \times 9 = 81$ ہے۔
جواب ۵۷ ۹

(۳) جواب ۹۸۵۴ کو سادہ صورت میں بناؤ

جواب سوال (۱-۲) : مسدود (۱+۱+۱+۱) دویا زیادہ متعادلیراصم کا قوت نہایت خنرناو یا ایک ہی علامت جذرسے ماتحت لکھو

(۱) مقدار رسم کی قوت نماؤں کی کس دن کا نسب نامہ متعین ہو
(۲) جو مقدار کے علامات جذر کے اندر ہوں اور کو موافق شمار کنندہ کی قوت میں اٹھائیں
قوت نامہ مشترک متکافی نسب نامہ مشترک کا ہوگا

مشائیں

(۱) $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ کا قوت نامی کرنا

$$\sqrt[4]{121} = \sqrt[4]{11^2} = \sqrt[4]{11^{\frac{2}{1}}} = \sqrt[4]{11^{\frac{2 \times 3}{1 \times 3}}} = \sqrt[4]{11^{\frac{6}{3}}} = \sqrt[4]{11^2} = \sqrt[4]{121}$$

جواب ۲ $\frac{1}{2}$ اور ۵ $\frac{1}{5}$

(۲) ۱۔ سہام اور ب. ۲۔ سہام کی ایک ہی علامت جذر کی طرف تھوپی کرو

جواب و تلامذہ اور بھائی

متفادیر اصم کی جمع اور تفریق کا قاعدہ
متفادیر اصم کو سادہ صورت بناؤ اگر وہ متشایہ ہوں تو اونکی مثال کو جمع کر لو اور اگر متشایہ نہ ہوں تو
اونکو مع اونکے علامتوں کے جس ترتیب سی چاہو لکھو

مشائیں

(۱) $\sqrt{108h}$ اور $\sqrt{450h}$ کو جمع کرو جواب $\sqrt{108h} = \sqrt{36h} \times \sqrt{3}$ اور

$$\mu_h \text{ و } \mu_4 \text{ و } \mu_h \mu_4 = 4 \cos \mu$$

(۲) ۳ کلمہ - ۲ کلمہ کو ایک مقدار اسم بناو جواب ۵ کلمہ

$$(3) \sqrt{5}h^2 + \sqrt{5}h^2 - \sqrt{5}h^2 = 0$$

جواب: لای (۳ ی + ۴ لای - ۲۰) لای

مقادیر اصرام کی ضرب اور تقسیم کا

قاسم

مقادیر اصم کا ایک ہی قوت نامہ اور علامت ہزار کے جو ماتحت مقادیر ہوں ان کو ضرب
بالتقسیم کرو اور حاصل ضرب یا خارج نسبت کو علامت مشترک کی پے لکھ دو

مشائیں

(۱) ۳۵۵ کو ۳۵۲ میں ضرب « جواب ۴ ۱۵۶

(۲) ہم ہمارے اور ۵ سمت میں ضرب دو چونکہ اس = $\frac{1}{3}$ = $\frac{1}{9}$ = $\frac{1}{27}$

۱۳۲۳۴ جواب : $\sqrt{96} = \frac{f}{t} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$ اور

(۳) ۱۰ سالہ کوہ ۲۷ تقسیم کرو جواب ۲۷ سالہ

مسئلہ ۲۸

ہم درجہ دوم ثنائی اور اسکی مزدوج کا صلیب ضرب ناطقہ ہوتا ہے

فرض کرو کہ اہم درجہ دوم ثنائی $1 + 2h$ ہی تو اسکا مزدوج $1 - 2h$ ہی

$$(1 + 2h)(1 - 2h) = (1 - 4h^2) = 1 - 4h^2$$

اگر مقدار اہم $2h + 2h$ اور اسکا مزدوج $2h - 2h$ ہو تو

$$(2h + 2h)(2h - 2h) = (4h^2 - 4h^2) = 0$$

جبکہ سور کے نسب تقادیر اہم درجہ دوم ثنائی ہوں اور انکے نسب کے ناطقہ بنانے کا

قاعدہ

نسب نامین جو مقدار اہم ثنائی ہو اسکی مزدوج کو کسر شمار کنندہ اور نسب میں ضرب دو

مثالیں

(۱) $\frac{2h^2 + 2h}{2h^2 - 2h}$ کا نسب ناما ناطق بناؤ اور پھر اسکی مزدوج $2h^2 - 2h - 2h^2 + 2h = 0$ میں ضرب دو تو

جواب $\frac{2h^2 - 2h}{2h^2 - 2h}$

(۲) $\frac{2h^2 + 2h}{2h^2 - 2h}$ کے نسب ناما کو ناطق بناؤ جواب $2 + 2h$

(۳) $\frac{2h^2 + 2h}{2h^2 - 2h}$ کے نسب ناما کو ناطق بناؤ جواب $\frac{2h^2 + 2h}{2h^2 - 2h}$

(۴) کسر $\frac{2h^2 - 2h}{2h^2 + 2h}$ کی قیمت کا حساب باخ مرتبہ کی اعشاریہ تک کرو

نسب ناما کو ناطق بناؤ تو $2h^2 - 2h = 2h^2 - 2h$ حاصل ہوگا جواب $2h^2 - 2h = 2h^2 - 2h$

(۵) $\frac{2h^2 + 2h}{2h^2 - 2h}$ کو $\frac{2h^2 - 2h}{2h^2 + 2h}$ سے تفریق کرو

نسب ناما کو ناطق بناؤ اور اسکی تحول کرو تو یہ جواب حاصل ہوگا $\frac{2h^2 - 2h}{2h^2 + 2h}$

امثلہ مشق ۲۹

(۱) $2h^2 + 2h$ اور $2h^2 - 2h$ کا نسب ناما $\frac{2h^2 + 2h}{2h^2 - 2h}$

کے اشال کو علامت جذر کے اندر لاؤ

(۲) $2h^2 + 2h$ اور $2h^2 - 2h$ کا نسب ناما $\frac{2h^2 + 2h}{2h^2 - 2h}$ سادہ صورت بناؤ

(۳) $25n$ اور $13n$ کو جمع کرو

(۴) $3n$ کو $100n$ سے تفریق کرو

(۵) $n(n-1)(n-2) + n(n+1)(n+2) + n(n+1)(n+2)$ کی شکل مفرد اصم بناؤ

(۶) $n^3 + n^2 + n + 1 - n^3 - n^2 - n - 1$ کو مفرد اصم بناؤ

(۷) $3n^3 + 5n^2 + 4n - 2$ کو مفرد اصم بناؤ

(۸) $5n$ کو $3n$ میں ضرب دو

(۹) $\frac{n(n-1)}{n(n+1)}$ کو $\frac{n(n+1)}{n(n-1)}$ میں ضرب دو

(۱۰) $3n$ کو $\frac{n(n+1)}{n(n-1)}$ تقسیم کرو

(۱۱) $\frac{n(n+1)}{n(n-1)} \times \frac{n(n-1)}{n(n+1)}$ کو مفرد اصم بناؤ

(۱۲) $\frac{n^2 + 2n - 3}{n^2 - 3}$ کے کتب نما ناطقہ بناؤ

(۱۳) $\frac{n(n+1)}{n(n-1)}$ اور $\frac{n(n-1)}{n(n+1)}$ کا قوت نامہ بناؤ

(۱۴) $\frac{n(n+1)}{n(n-1)}$ کو $\frac{1}{n(n-1)}$ پر تقسیم کرو

(۱۵) $\frac{n^2 + 2n - 3}{n^2 - 3}$ کو $\frac{n^2 + 2n - 3}{n^2 + 3}$ سے تفریق کرو

(۱۶) تقادیر اصم $3n$ و $5n$ اور $4n$ کا قوت نامہ بناؤ

(۱۷) $\frac{n(n+1)}{n(n-1)}$ کو $\frac{n(n-1)}{n(n+1)}$ میں ضرب دو

(۱۸) $9n$ کو $3n$ پر تقسیم کرو

(۱۹) کسر $\frac{n^2 + 2n - 3}{n^2 + 3}$ کے کتب نما ناطقہ بناؤ اور اس کا حساب پانچ مرتبہ کی

(۲۰) $\frac{n(n+1)}{n(n-1)}$ اور $\frac{n(n-1)}{n(n+1)}$ کو جمع کرو

(۲۱) $\frac{n(n+1)}{n(n-1)}$ کو $\frac{n(n-1)}{n(n+1)}$ میں سے تفریق کرو

فہرست

(۲۲) مقادیر اصم $\sqrt{۱۸+۲۵}$ اور $\sqrt{۱۸-۲۵}$ کا مجموعہ اور فرق(۲۳) $\sqrt{۱۸+۲۵}$ اور $\sqrt{۱۸-۲۵}$ کو باہم ضرب دو(۲۴) $\frac{1+\sqrt{۱۸-۲۵}}{1-\sqrt{۱۸-۲۵}}$ کو تقسیم کرو(۲۵) $\frac{\sqrt{۱۸} + \sqrt{۲۵}}{\sqrt{۱۸} - \sqrt{۲۵}}$ اور $\frac{\sqrt{۱۸} - \sqrt{۲۵}}{\sqrt{۱۸} + \sqrt{۲۵}}$ کا مجموعہ اور تفاوت دریافت کرو(۲۶) $\frac{1}{\sqrt{۱۸} - \sqrt{۲۵}}$ اور $\frac{1}{\sqrt{۱۸} + \sqrt{۲۵}}$ کا مجموعہ اور تفاوت دریافت کرو(۲۷) $\frac{\sqrt{۱۸} - \sqrt{۲۵}}{\sqrt{۱۸} + \sqrt{۲۵}}$ اور $\frac{\sqrt{۱۸} + \sqrt{۲۵}}{\sqrt{۱۸} - \sqrt{۲۵}}$ کے مجموعہ اور تفاوت کو دریافت کرو(۲۸) $\frac{1}{\sqrt{۱۸} + ۱}$ اور $\frac{1}{\sqrt{۱۸} - ۱}$ کا مجموعہ دریافت کرو(۲۹) $\frac{1}{\sqrt{۵} + ۳}$ اور $\frac{1}{\sqrt{۵} - ۳}$ کے مجموعہ کو $\frac{1}{\sqrt{۵} + ۳}$ سے تفریق کرو(۳۰) مقادیر اصم $\sqrt{۱۸+۲۵}$ اور $\sqrt{۱۸-۲۵}$ کا مجموعہ اور $\sqrt{۱۸+۲۵}$ اور $\sqrt{۱۸-۲۵}$ کا

کو تھیل کرو اونکی سادہ صورت بناو اور اونکا حاصل ضرب بناو

معادلات یا مساوات

الجبر کا اسلوب تجلیلی یہ ہے کہ سوالات ریاضیہ کو بوساطت معادلات حل کریں جب کوئی ایسا مقدار مجهول کا مقدار معلومہ کے ساتھ موافق شرائط سوال کے مؤثر جبریت میں بیان کیا جائے تو اسکو مساوات کہتے ہیں

حل کرنا مساوات کا علم الجبر اس کے اسلوب ترکیبی پر موقوف ہے اس اسلوب کے موافق اعمال ایسی کر جسے مقدار مجهول کا مقدار معلومہ کی رقموں میں معلوم ہو جاتی ہے اب ہم مثال کی طور پر ایک سوال خلاصہ کتاب کے نقل کرتے ہیں جسے سوال کا اسلوب تجلیلی بوساطت مساوات

مثال

کے خوب واضح ہوگا
ایک شخص زید اور عمر کا قرضہ ارتہا زید کا قرض نہار دینار اور نصف عمر کے قرض کے برابر تھا اور عمر کا قرض نہار دینار سے بقدر نصف قرض زید کے کم تھا تو تباؤ زید اور عمر کا

قرض کیا گیا تھا

قرض کرو کہ زید کا قرض جو مقدار مچھولی ہے اور جس کا دریافت کرنا منظور ہے صرف کے تعبیر ہوتا ہے،
تو عمر کا قرض ۱۰۰۰ - $\frac{1}{4}$ لا ہوگا اور ان کا نصف ۵۰۰ - $\frac{1}{4}$ لا ہے اس واسطے
زید کا قرض ۱۵۰۰ - $\frac{1}{4}$ لا ہے لیکن زید کا قرض لا ہی تھا اس لئے
 $لا = ۱۵۰۰ - \frac{1}{4} لا$

اس کو مساوات کہتے ہیں کیونکہ اوہمیں ارتباط مقدار مچھولی کے معنی شے کا اعداد معلوم کے ساتھ
ہوگا، اب مساوات کے حل کرنے کے واسطے دو عمل کام میں لائے ہیں ایک سو کا دور کر کر
دوسرا مقداروں کا منتقل کرنا یعنی جبر

کے دور کرنے کے واسطے مساوات کی ہر ایک طرف کو ۴ میں ضرب دو تو
 $۴ لا = ۶۰۰۰ - لا$

اب - لا کو دائیں طرف منتقل کیا تو یہ حال ہوا کہ

۴ لا = ۶۰۰۰
ہر طرف کو ۵ پر تقسیم کیا تو
 $۱۲۰۰ = لا$

اسے معلوم ہو تا ہے کہ زید کو ۱۲۰۰ دینار اور عمر کو ۴۰۰ دینار دینے تھے
علامت برابری کی جو خبر یہ جلوں کے درمیان لکھی جاتی تو اس کی معنی ہمیشہ مساوات کے ہر ایک
نہیں ہوتے کیونکہ اسے بہت سی صورتوں میں یہ مفہوم ہوتا ہے کہ ایک ہی جملہ کو دو صورتوں
میں لکھ کر برابر لکھ دیا، مثلاً

$$(لا + ۱) = لا + ۲ \quad لا + لا + لا$$

$$\frac{لا}{۱} = \frac{لا + لا + لا}{۱}$$

انکو مساوات کہنا درست نہیں کیونکہ برابری جو علامت = سے مفہوم ہوتی ہے اس کو
کچھ تعلق لا کی قیمت سے نہیں ہے اور برخلاف اسکے ان مثالوں میں

$$۷ = ۳ + لا$$

$$لا + ۵ = لا$$

برابری ہونہیں سکتی جب تک ایک خاص قیمت لہ کی نہ لیا کہ اول مساوات کی شرائط
 کسی قیمت سے لہ کی سواء ۲ کے پوری نہیں ہو سکتی اور دوسری مساوات کی شرائط لہ = ۲
 اور لہ = ۳ سے ہوتی ہیں اور سواء ان دو قیمتوں کے کسی اور قیمت سے شرط پوری نہیں ہو
 جب مساوات کی تحویل ارقام مفردہ کے سلسلہ کی طرف ہو جاتی ہی تو ان کی قیمتیں موافق
 ان کے درجے کے ہوتی ہیں

مساوات سادہ یا مساوات درجہ اول وہ مساوات ہیں جن میں مقدار مجہول کی اعلیٰ درجہ
 کی قوت اول ہی ہو اسکی عام صورت یہ ہے کہ
 مساوات درجہ دوم وہ مساوات ہیں جن میں مقدار مجہول کی اعلیٰ درجہ کی قوت دو ہو اسکی عام
 صورت یہ ہے کہ
 مساوات کعبی یعنی درجہ سوم کی وہ مساوات ہیں جن میں مقدار مجہول کی اعلیٰ درجہ کی قوت
 اسکی عام صورت یہ ہے کہ

صورت عام ن درجہ کی مساوات کی یہ ہے کہ

$$لا + ع + لا + ق + لا + ر = ۰$$

 قیمتیں لہ کی جو شرائط مساوات کی پورا کریں ان کو مساوات کی جذبین کہتے ہیں
 جیسے کہ اس مساوات

کی جذر ۲ ہے اور اس کو اکثر قیمت مساوات کی ہی کہتے ہیں کیونکہ فقط یہی عدد ہے جو لہ
 جگہ رکھا جانے سے مساوات کی شرائط کو پورا کرتا ہی اور موافق اسی دلیل کے مساوات

$$لا + ۶ = ۵$$

کی جذبین ۲ اور ۳ ہیں
 اب ہم آگے بتلائیے کہ جتنے درجے کی مساوات ہوتی ہی اتنی ہی اسکی جذبین یعنی قیمتیں ہوتی
 مساوات کی تحویل

جبر یہ مساواتوں کے حل کرنے کے واسطے ضرور ہے کہ ان کی تحویل ارقام مفردہ کے سلسلہ

میں کریں اور ان کو موافق اعمال ذیل کے مرتب کریں

رقمون کا منتقل کرنا یعنی جبر کرنا
کسر کا دور کسر کرنا

اصم کا دور کرنا

رقمون کا منتقل کرنا یعنی جبر

جب مساواتوں میں نہ کوئی رقم کم ہو نہ کوئی مقدار اصم تو وہ انتقال ارقام یعنی جبر سے حل ہو جاتی ہیں

قاعدہ

(۱) اگر ضرورت ہو تو مساوات کی ہر ایک طرف کو ارقام مفردہ کی سلسلہ میں تحویل کرو

(۲) ان رقوم کو ایک طرف ملاؤ جن میں مقدار مجہول شامل ہو اور ان رقوم کو دوسری طرف

لیجاؤ جن میں مقدار مجہول نہ ہو اور لے آئے اور لے جائیں اس بات پر خیال رکھو کہ علامت ہر رقم

کی جو منتقل ہو بدل دو

(۳) اب امثال کو جمع کر کے مساوات کی ہر ایک طرف کو مقدار مجہول کی امثال پر تقسیم کرو

پس لا کی قیمت جو اسطرح معلوم ہوگی وہی مقدار مطلوب ہوگی

مثالیں

(۱) مساوات ذیل میں ۳ کا دائیں طرف سے بائیں طرف منتقل کرنا اور مساوات کا

حل کرنا منظور ہے

$$۲ + ۳ = ۷$$

بموجب قاعدہ کے

$$۲ = ۷ - ۳$$

اسکے معنی یہ ہیں کہ ہر طرف سے ۳ کو تفریق کرو اگر ہم ہر ایک طرف کو ۳ پر تقسیم کریں تو یہ حاصل ہوتا ہے

$$۲ = ۷$$

یہ حل مساوات کا ہے

(۲) مساوات ۵ - ۱۲ = ۱۲ + ۱۲ کو حل کرو

ساوات کے حل کرنے کے واسطے تمام رقموں کو جنہیں لگ شامل ہے ایک طرف لگائیں اور

اور ارقام کو دوسری طرف لیجائے ہیں پس

$$۱۵ - ۱۲ = ۳$$

$$۱۶ = ۳$$

$$۱۲ = ۳$$

اس مساوات میں انتقال ارقام کے معنی یہ ہیں کہ ۲ لاکھ کو طرفین سے تفریق کریں اور ۲ کو طرفین پر زیادہ کریں اور جب اشال کو جمع کیا اور ہر طرف کو ۳ پر تقسیم کیا تو لگ = ۱۲ کے حاصل ہوا یہی حل مساوات کا ہے

(۳) مساوات ۲ (لگ - ۳) - ۳ (لگ - ۴) + ۵ لگ = ۵ (لگ + ۱) -

اس مساوات کے حل کرنے میں اول ہر ایک طرف مساوات کو ارقام مفردہ میں خطوط و حدانی دور کر کے تبدیل کرتی ہیں اور پھر انتقال ارقام کرتی ہیں جو حصہ السی ہیں کا وہیں لگ موجود ہی انکو ایک طرف لگائیں اور باقی ارقام کو دوسری طرف لیجائے ہیں تو

$$۱۲ - ۶ - ۳ + ۱۲ + ۱۵ = ۵ لگ - ۵ لگ - ۵$$

$$۱۲ - ۳ + ۱۵ + ۱۵ - ۵ = ۵ لگ + ۱۵ - ۵ - ۵ - ۱۲ - ۶$$

$$۱۶ = ۱۲$$

$$۱ = ۱۲$$

(۴) مساوات ۵ لگ + (لگ - ۲) (۲ + لگ) - (۲ + لگ) ۳ = ۱۰ + (۲ + لگ) (۱ + لگ) - (لگ - ۳) + ۵ لگ

کو حل کرو اب ۴ لگ اور ۵ کو جو دونوں طرف میں مشترک ہیں ساقط کرو

لگ + (لگ - ۲) (۲ + لگ) - ۳ (۲ + لگ) = ۵ + (۲ + لگ) (۱ + لگ) - (لگ - ۲) (۲ + لگ) + ۵ لگ

$$۱۲ - ۳ لگ = ۱۸ + ۱۲ لگ - ۳ لگ - ۳$$

۲ لگ طرفین میں مشترک ہی ہو کر اور رقموں کو منتقل کرو تو حل مساوات کا یہ ہو گا کہ

(۵) مساوات (۱ - لگ) (۱ + لگ) + ۱۲ لگ = ۱۲ لگ + (۱ + لگ) (۱ + لگ) - (۳ - لگ) ۲ کو حل کرو

خطوط و حدانی سے جو ضرب تبسیر ہوئی انکو عمل میں لگائیں تو

$$۱۲ لگ - ۱ + ۱۲ لگ = ۸ لگ - ۳ لگ - ۲ + ۳$$

$$۱۲ لگ - ۱ = ۸ لگ - ۲$$

۸۶
- اکوٹ فریق سے ساقط کرو اور لہ تقسیم کرو

$$۲ + ۱۱ = ۱۳$$

$$۲ = ۱۲$$

$$۱ = ۱۱$$

امثلہ مشق ۳

$$۱۳۱ - ۱۹۰ = ۱۲ - ۱۲۲ \quad (۲) \quad ۶ - ۱۲ = ۲ + ۱۳ \quad (۱)$$

$$۱۳ + ۱۱ = ۲ + ۱۲ \quad (۴) \quad ۱۱ + ۲ = ۱۹ - ۵ \quad (۳)$$

$$۱۲ - ۹۱ = ۱۰۰ - ۴۳ \quad (۵) \quad ۱۱ - ۱۴ = ۱۰ - ۱۶ \quad (۶)$$

$$۵ - ۱۳ = ۱۲ + (۱۳ - ۱) \quad (۸) \quad ۱۱ + ۱۳ + (۳ - ۱) = ۲ + ۱۲ \quad (۷)$$

$$۱۲ - ۲۰ = (۱ + ۱۲) ۵ - (۱ - ۱۳) ۲ \quad (۹)$$

$$۱۲۸ - ۳۵ = (۱۲ - ۱) ۲ + (۱۲ - ۲) ۸ \quad (۱۰)$$

$$۴ - ۱۲ = (۳ - ۱) ۵ - (۵ - ۱) ۳ \quad (۱۱)$$

$$(۲ + ۱۲) ۳ - ۱۹ = ۱۲ - (۱ - ۱۲) ۹ \quad (۱۲)$$

$$(۱۲ - ۵) ۳ - (۱ - ۱) ۲ = ۱۵ + (۱۰ - ۱) ۲ \quad (۱۳)$$

$$(۱ + ۱۳) ۲ - (۲ + ۱) ۵ = ۱۲ - (۱ - ۱۳) ۲ \quad (۱۴)$$

$$۲۰ - (۱۲ - ۵) (۱۲ + ۳) = ۱۲ + ۱۵ - (۱ + ۱) (۱ - ۱۳) \quad (۱۵)$$

$$۱۲ - ۲۰ - (۱۲ - ۲) (۱۲ + ۳) = (۱۲ + ۱) (۱ - ۱) \quad (۱۶)$$

$$۱۹ + ۱۲ + (۱۲ - ۳) (۱ - ۱) = ۱۱ - (۳ + ۱) ۲ - (۲ + ۱۲) ۲ \quad (۱۷)$$

$$۱۱ = (۵ - ۱۲) (۲ + ۱۳) - (۱ + ۲) (۱ - ۲) - ۳۹ \quad (۱۸)$$

$$۳ + (۲ - ۱) + (۱۲ + ۱۲) ۴ = (۱ - ۱۳) ۲ + (۲ + ۱) \quad (۱۹)$$

$$۱۲ - (۱ - ۱) (۱ + ۱۲) = ۲۳ - (۱۳ - ۱) (۱۲ - ۱) \quad (۲۰)$$

$$۱۲ + ۱ = ۱۱ \quad (۲۱)$$

$$۱۲ + ۱ = ۱۱ \quad (۲۲)$$

$$(۱۲ + ۱) = (۱۲ - ۱) \quad (۲۳)$$

$$۱۲ - ۱ = (۱۲ - ۱) \quad (۲۴)$$

$$(۱۲ + ۱) (۱۲ + ۱) + (۱۲ + ۱) (۱۲ + ۱) \quad (۲۵)$$

$$r_3 + \frac{u_3}{5} + \frac{u_0}{4} = \frac{u}{r} - \frac{u_r}{r} - \frac{u_z}{r} \quad (5)$$

$$1 + \frac{u}{4} = \frac{u}{r} + \frac{u_r}{r} - \frac{u}{r} \quad (6)$$

$$\frac{u_r}{r - u_4} = \frac{r}{1 - u_r} + \frac{r}{r + u} \quad (7)$$

$$\frac{u_r}{1 + u_0} = \frac{r}{r + u_r} + \frac{1}{5 - u} \quad (8)$$

$$\frac{u_r}{11 + u_4} = \frac{1}{r + u} + \frac{1}{1 + u} \quad (9)$$

$$\frac{u_r}{5 - u} = \frac{1}{r + u} + \frac{1}{1 - u} \quad (10)$$

$$\frac{u_r}{u - 1} = \frac{r}{r - u_r} - \frac{r}{r - u} \quad (11)$$

$$\frac{u_r}{r + u_0} = \frac{1}{r + u_r} + \frac{0}{1 + u} \quad (12)$$

$$\frac{0 + u_4}{1 - u_4} = \frac{r - u_r}{r + u_r} \quad (13)$$

$$\frac{u - 1}{1 - u} = \frac{r - u}{r + u_r} \quad (14)$$

$$\frac{r}{12 + u_3} + \frac{u}{r - u_r} = \frac{r}{r + u} + \frac{r}{1 - u} \quad (15)$$

$$\frac{u}{r + u} + \frac{0}{r - u} = \frac{1}{1 + u_r} + \frac{1}{1 - u_r} \quad (16)$$

$$c = \frac{u}{r} + \frac{u}{r} \quad (17)$$

$$\frac{u - 1}{c} = \frac{1 + u}{r} + \frac{1 + u}{r} \quad (18)$$

$$1 = \frac{u}{b + r} + \frac{u}{b - r} \quad (19)$$

$$\frac{r}{r - u} = \frac{1}{r + u} + \frac{1}{r - u} \quad (20)$$

$$\frac{1 + u}{r + u_r} = \left(\frac{1 + u}{r + u_r} \right) \quad (21)$$

$$\frac{1 + u}{b + u} = \frac{1}{r + u} + \frac{1}{r} \quad (22)$$

$$\frac{b - u + u}{b + u} = \frac{b - u + u}{b + u} + \frac{b + u}{b + u} \quad (23)$$

$$\frac{u + u}{u - u} = \frac{1 + u}{1 - u} \quad (24)$$

$$\frac{u + 1}{b + u} = \frac{1}{b - u} - \frac{1}{u + 1} \quad (25)$$

مقادیر اصم کا دور کرنا

اگر سادات میں ایک مقدار اصم ہو تو موافق قاعدہ ذیل کے علامت خذ کی دور ہو سکتی ہے

(۲) مقدار اسم کی قوت نما کا تناسب نما ہوا اسکے موافق طرفین مساوات کا صعود و
پس مساوات جو حاصل ہوگی وہ علامت جذر سے خالی ہوگی

مثالین

(۱) مساوات ۱۰ - ۱۱ + ۱۲ - ۱۳ = ۴ کو حل کرو

عمل انتقال سے $۱۰ - ۱۱ + ۱۲ = ۴ + ۱۳$
طرفین کا مربع کرو تو

$$۱۰۰ - ۲۲ + ۱۴۴ = ۱۶ + ۱۶۹$$

جواب لا = ۲۶ - ۲۵

اگر مساوات میں دو درجہ دوم کے مقادیر اسم یا دو درجہ سوم کی مقادیر اسم ہوں تو اس کا

قاعدہ

(۱) ایک مقدار اسم کو ایک طرف لاؤ اور باقی ارقام کو دوسری طرف مساوات کے لجاؤ

(۲) جو مقدار اسم کا قوت نما ہوا اسکے نسب نما کے موافق طرفین مساوات کا صعود و
پس جو مساوات حاصل ہوگی اس میں ایک مقدار اسم ہوگی اور وہ موافق قاعدہ بالکدوم ہو سکتی ہے

مثال

مساوات $۱۰ - ۱۱ + ۱۲ = ۴$ کو حل کرو

عمل انتقال سے $۱۰ - ۱۱ + ۱۲ = ۴ + ۱۳$

طرفین کا مجذور کرو تو $۱۰۰ - ۲۲ + ۱۴۴ = ۱۶ + ۱۶۹$

اور انتقال اور تقسیم سے

$$۳ = ۱۱ - ۱۰$$

جواب لا = ۲ = ۴

قاعدہ دوم

(۱) دو نو مقادیر اسم کو ایک طرف لاؤ اور باقی ارقام کو دوسری طرف لجاؤ

(۲) جو مقدار اسم کے قوت نما کا نسب نما ہوا اسکے موافق طرفین مساوات کا صعود و

مساوات مستحصلہ میں ایک مقدار اسم ہوگی

مثالین

(۱) مساوات $\sqrt{1-12r} + \sqrt{12r+1} = 10$ کو حل کرو
 مجذور کرنے سے $1-12r + 12r+1 = 100$
 اور انتقال اور تقسیم سے

$12r - 11 = 12r - 12r + 12r$
 مجذور کرنے سے $12r - 12r + 12r = 120$
 $120 = 120$

جواب $12r = 120$

(۲) مساوات $\sqrt{1+12r} + \sqrt{12r+1} = 10$ کو حل کرو

موجب مقدّم چارم صفحہ کے کعب کرنے سے

$0 = 12r + 12r - 12r + 12r$

انتقال اور تقسیم سے $12r = 120$

کعب طرفین کا کرو جواب $12r = 120$

اگر مساوات میں تین درجہ دوم یا تین درجہ سوم کی مقادیر اصم ہوں تو یہ قاعدہ کام میں لاؤ

قاعدہ

(۱) دو مقادیر اصم کو ایک طرف لاؤ اور باقی ارقام کو دوسری طرف لیجاؤ

(۲) اصم کے قوت نما کے نسب نما کے موافق طرفین مساوات کا صعود لو

تو مساوات مستحصلہ میں ایک مقدار اصم ہوگی

مثالین

(۱) مساوات $\sqrt{1+12r} + \sqrt{12r+1} = 10$ کو حل کرو

طرفین کا مجذور لو تو

$1+12r + 12r+1 = 100$

عمل انتقال اور تقسیم سے

جواب $12r = 120$

(۲) مساوات میں سے اصم کو دور کرو

$$= \sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3}$$

$$\text{عمل انتقال سے } \sqrt{3} + \sqrt{3} = \sqrt{3} - \sqrt{3}$$

کعب طرفین مساوات کا لو تو (موافق مقدمہ ۴ صفحہ ۲۵)

$$1 + \sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3} - \sqrt{3}$$

$$\text{اور جب عمل انتقال کے } \sqrt{3} + \sqrt{3} = 1 + \sqrt{3} + \sqrt{3}$$

$$\text{جواب } (1 + \sqrt{3} + \sqrt{3}) = \sqrt{3} + \sqrt{3}$$

امثلہ مشق ۳۲

$$(1) \quad 2 = \sqrt{5} - \sqrt{3 + 4\sqrt{5}} \quad (1)$$

$$(2) \quad 2 + \sqrt{2} = \sqrt{14 - 4\sqrt{3} + 4\sqrt{6}} \quad (2)$$

$$(3) \quad \sqrt{9 + 4\sqrt{1} - 4\sqrt{3}} + \sqrt{3} = \sqrt{2} \quad (3)$$

$$(4) \quad \sqrt{2} = 1 - (\sqrt{2} - 3)(\sqrt{1} - 1) \quad (4)$$

$$(5) \quad 9 + 4\sqrt{2} + \sqrt{2} + 3 = \sqrt{2} \quad (5)$$

$$(6) \quad \sqrt{2} = 13 + 15 + (\sqrt{2} + 1) \quad (6)$$

$$(7) \quad (\sqrt{2} - 3) \sqrt{2} = 14 + (\sqrt{2} - 3) \quad (7)$$

$$(8) \quad \sqrt{2} = 3 - \sqrt{2} - 3 + \sqrt{2} \quad (8)$$

$$(9) \quad 3 = \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{2} \quad (9)$$

$$(10) \quad 1 = \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} \quad (10)$$

$$(11) \quad \sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - \sqrt{2} \quad (11)$$

$$(12) \quad \sqrt{11 - 4\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2} \quad (12)$$

$$(13) \quad 1 - \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} = \frac{2}{\sqrt{2} + \sqrt{2}} \quad (13)$$

$$(14) \quad \frac{1}{2 - \sqrt{2}} - \frac{1}{1 + \sqrt{2}} = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} \quad (14)$$

$$(15) \quad \frac{1}{1 + \sqrt{2}} \sqrt{2} = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} \sqrt{2} + \frac{1}{1 + \sqrt{2}} \quad (15)$$

$$(16) \quad \sqrt{2} + \sqrt{2} = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{2} \quad (16)$$

$$۳+۵۲ = \sqrt{1+۵۱۰۶+۵۵۲۱} + ۸+۵۶+۵۲ \quad (۱۷)$$

$$۴+۵۳ = \sqrt{11+۵۷۷+۵۱۶} + 10+۵۲+۵۹ \quad (۱۸)$$

$$1 = \sqrt{۵-۱} \sqrt{۵+۵-۲} - 1+۵۳ \quad (۱۹)$$

$$\sqrt{۳۷} = \sqrt{2۸} - \sqrt{۳۷} + \sqrt{2۸} + \sqrt{۳۷} \quad (۲۰)$$

$$۳ = \sqrt{۳+۵۲۱} \sqrt{۴+۱۰+۵۲۱} + 1+۵۲۱ \quad (۲۱)$$

$$۳ = \sqrt{۵+۸} \sqrt{۳} + \sqrt{۵-۱} \sqrt{۳} \quad (۲۲)$$

$$۴+۵۸ = \sqrt{۷+۵۸} + \sqrt{۷} \quad (۲۳)$$

$$۵۸ = \sqrt{۷} + \sqrt{۷} + \sqrt{۷} + \sqrt{۷} \quad (۲۴)$$

$$\sqrt{۷} = \sqrt{۷-۵} + \sqrt{۷+۵} \quad (۲۵)$$

$$۴-۵ = \sqrt{۷-۵} + \sqrt{۷+۵} \quad (۲۶)$$

$$۴ = \sqrt{۷+۵} + \sqrt{۷-۵} \quad (۲۷)$$

$$۴+۵ = \sqrt{۷-۵} - \sqrt{۷+۵} \quad (۲۸)$$

$$1+۵ = \sqrt{1+۵} + \sqrt{۵} \quad (۲۹)$$

$$1 = \sqrt{۵-۵} + \sqrt{۵-۲} + 1+۵ \quad (۳۰)$$

$$۵ = \sqrt{۵+۵} + \sqrt{۵-۵} \quad (۳۱)$$

$$\sqrt{۵} = \sqrt{۵-۵} - \sqrt{۵+۵} \quad (۳۲)$$

$$\sqrt{۱+۵} = (\sqrt{۱+۵}) + (\sqrt{۵+۵}) + 1-۵ \quad (۳۳)$$

$$۵+۵ = (\sqrt{۱+۵}) + ۵(1-۵) - \sqrt{۵+۵} \quad (۳۴)$$

$$\sqrt{۵+۵} + \sqrt{۵+۵} = \sqrt{۵+۵} - ۵ + ۱ \quad (۳۵)$$

$$\sqrt{۵+۵} - ۵ + ۱ = \sqrt{۵+۵} - ۵ + ۱$$

$$\sqrt{۵+۵} - ۵ + ۱ = \sqrt{۵+۵} - ۵ + ۱$$

$$\sqrt{۵+۵} - ۵ + ۱ = \sqrt{۵+۵} - ۵ + ۱$$

$$\sqrt{۵+۵} - ۵ + ۱ = \sqrt{۵+۵} - ۵ + ۱$$

$$\sqrt{۵+۵} - ۵ + ۱ = \sqrt{۵+۵} - ۵ + ۱$$

$$\sqrt{۵+۵} - ۵ + ۱ = \sqrt{۵+۵} - ۵ + ۱$$

$$\sqrt{۵+۵} - ۵ + ۱ = \sqrt{۵+۵} - ۵ + ۱$$

$$\sqrt{۵+۵} - ۵ + ۱ = \sqrt{۵+۵} - ۵ + ۱$$

$$\sqrt{۵+۵} - ۵ + ۱ = \sqrt{۵+۵} - ۵ + ۱$$

ل + ل = ۷ + ۲ = ۹
 مساوات کے حل کرنے سے ل = ۶۳ کے حاصل ہوتا ہے اس وقت

جواب ل کا ارتفاع = ۵ فٹ ۸ انچ

ب کا ارتفاع = ۵ فٹ ۳ انچ

(۲) ایک عدد ایسا دریافت کرو کہ اگر اس پر ۱۲ زیادہ کریں اور اس میں سے ۱۲ ہی تفریق
 تو حاصل جمع اور حاصل تفریق کے حاصل ضرب کا جذر برابر اوس فرق کے ہو جو اس عدد میں
 سے ۴ کے گھٹانے سے حاصل ہوتا ہے

فرض کرو کہ ل عدد مطلوب ہے تو بموجب شرائط سوال

$$n(ل + ۱۲)(ل - ۱۲) = ل - ۴$$

مساوات کے حل کرنے سے یہہ جواب حاصل ہوتا ہے کہ ل = ۲۰

(۳) ل کو کام دیا جا اور وہ اس کو ۱۲۰ دن میں پورا بنائے اور اس کے کام کو ب ۸۰ دن میں

تیار کرے تو تباؤ دونوں اور ب اوس کام کو مل کر کتنے دنوں میں بنائے

فرض کرو کہ کل کام ک سے تعبیر ہوتا ہے اور ل ایام مطلوب کی تعداد ہے تو

$$ل کا کام ایک دن = \frac{1}{120}$$

$$ب کا کام = \frac{1}{80}$$

$$اور ل اور ب کا اکٹھا کام = \frac{1}{120} + \frac{1}{80}$$

$$اسی واسطے کہ = \frac{1}{120} + \frac{1}{80}$$

$$ک پر تقسیم کرنے سے ل = \frac{1}{120} + \frac{1}{80} = \frac{1}{48}$$

(۱) ایک طرف ایک دہانہ سے نصف گنہ میں اور دوسرے دہانہ سے ایک گنہ اور

دس منٹ میں اور تیسرے دہانہ سے دو گنہ میں پڑتا ہے اب اگر یہ تینوں دہانے کھول دیے جائیں

تو کتنی دیر میں وہ طرف پر ہوگا

فرض کرو کہ ب بوتل پانی اس طرف میں سہا ہے اور وقت مطلوب کی تعداد منٹوں کی ہے

$$اول دہانہ سے بوتل فی منٹ پانی آتا ہے$$

$$دوسرے دہانہ سے بوتل فی منٹ پانی آتا ہے$$

تیسرے دانے سے $\frac{1}{10}$ بوتل فی منٹ پانی آتا ہے

تینوں سے ملکر $\frac{1}{10}$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$$

جواب لدا = ۱۷ $\frac{1}{10}$ منٹ

(۵) ایک قطعہ زمین کا مستطیل ہے ایک ضلع اوسکا دوسرے ضلع سے طویل میں ۴ گز زیادہ ہے اگر چوڑا ضلع ۴ گز بڑا ہو جائے اور بڑا ضلع ۷ گز گہٹ جائے تو قصبہ کچھ نہیں بڑا تو اضلاع کا طول کیا ہے

فرض کرو کہ چوڑا ضلع لدا، تو لدا + ۴ بڑا ضلع ہوگا اور بموجب شرائط سوال کے اضلاع لدا + ۲۰ لدا - ۳ ہو جائینگے اسلئے بموجب شرط سوال کے

$$(۲۰ + لدا) (۲۰ - لدا) = (۳ - لدا) (۳ + لدا)$$

جواب چوڑا ضلع = ۲۰ گز

(۶) ایک عدد دو ہندسوں کا ہے اور تین سے اول ہندسہ بڑا نسبت دوسرے ہندسہ بقدر ۴ اور مجموعہ ہندسوں کا ایک چھٹا حصہ خود عدد کا ہے اس عدد کو بتلاؤ

فرض کرو کہ دوسرا ہندسہ لدا، تو پہلا ہندسہ لدا + ۴ ہوگا اب بموجب طریقہ کتاب نظم عشری اعداد کے عدد برابر ۱۰ (لدا + ۴) + لدا کے ہے اسواسلئے

$$\frac{۱۰ + لدا}{۴} = ۲ + لدا$$

(۷) ۱۰ اور ب شرکاء تجارت ہوئی ۱۵ سو روپیہ نسبت کے زیادہ بموجب تجارت کا کام ختم ہوا تو ۹۰۰۰ روپیہ نفع کی اور ب کو ۶۵۰۰ روپیہ فائدہ کے حاصل ہوئے تو تباؤ پر شرکاء نے کتنا روپیہ تجارت میں لگایا تھا

فرض کرو کہ ب کے سرمایہ کی تعداد لدا روپیہ، تو ا کے سرمایہ کی تعداد لدا روپیہ + ۵۰۰ روپیہ ہوگا اب انجام شرکت میں ب کو لدا روپیہ + ۶۵۰۰ روپیہ اور ا کو لدا روپیہ + ۱۰۵۰۰ روپیہ ملا اور چونکہ ان کے حصوں میں نسبت موافق ان کے سرمایہ کے ہوگی اسلئے

$$لدا : لدا + ۱۰۵۰۰ :: لدا + ۶۵۰۰ : لدا + ۱۰۵۰۰$$

اب اطران کے حاصل ضرب کو واسطہ کے حاصل ضرب کی برابر لکھا تو

$$لآ + ۱۰۵۰۰ = لآ + ۸۰۰۰ + لآ + ۹۵۰۰$$

اس مساوات کو حل کریں تو یہ جواب حاصل ہوگا

۱ کا سرمایہ ۵۴۰۰ روپیہ

۲ کا سرمایہ ۳۹۰۰ روپیہ

(۸) ایک دہائی تانے اور تین سے اس طرح مرکب ہوا کہ تانہ فیصدی ۷۰ اور تین فیصدی

۳۳ ہے تو دو تانے سیر دہائی تانے اور تانہ تانہ ملائیں اور گلائیں کہ ۸۲ فیصدی تانہ اور تین سے

فرض کرو کہ ۱۲ سیر تانے کا وزن ہو تو اس سبب کہ ۱۲ سیر کا ۷۰ فیصدی ۸۴ ہے

اسلئے یہ جواب حاصل ہوتا ہے کہ

$$۱۰۰ : ۸۴ :: ۱۱۳ : لآ + ۸۴۰۰$$

$$۸۴ : ۸۴۰۰ :: ۱۰۰ : لآ + ۹۴۰۰$$

$$۱۵۶۸ = لآ$$

جواب وزن تانے کا = ۸ سیر

سوالات نمبری ۳۳

(۱) مجموعہ دو عددوں کا ۳۴ ہے اور ان کا فرق ۶ ہے اور ان اعداد کو دریافت کرو

(۲) فرق دو عددوں کا ۳۴ ہے اور ان کا حاصل ضرب چھٹے عدد کے مربع سے بقدر ۲۴

زیادہ ہے اور ان عددوں کو دریافت کرو

(۳) ایک عدد دوسرے عدد سے بقدر ۶ کے بڑا ہے اور ان کے مربعوں کا تفاوت دس گنا ہے

اور ان عددوں کو دریافت کرو

(۴) ایک قطعہ زمین کا مربع ہے اگر ایک ضلع ۳۳ فٹ بڑایا جائے اور دوسرا ضلع

۲۴ فٹ گھٹایا جائے تو رقبہ بدستور ہوگا اور زمین کچھ فرق نہیں آئے گا اس قطعہ

زمین کا ایک ضلع دریافت کرو

(۵) ایسا عدد دریافت کرو کہ اس پر اسکی تہائی زیادہ ہو تو وہ اپنی نصف سے بقدر

۵ کے زیادہ ہوگا

(۶) ایک تہلی میں چاندی کے سکے تھے اور دیگر چھ سکس سنس اور شلنگ اور فلورن اور کرون
 تھے ہر ایک شلنگ چھ تین سکس سنس تھے اور فلورن اور کرون کی تعداد تین پینس براتین اور دو
 تعداد مگر چند شلنگوں کی تعداد سی تو بتاؤ ہر قسم کی سکے کتنے تھے تہ اگر سب کے اوپر
 نہ اشلنگ تھی

(۷) ایک بلیم کا ایک چھٹا حصہ زمین میں گرا ہوا ہے اور اوسم ہیرا فیٹ کا لگا ہوا ہے اور باقی
 بلیم تین چوتھائی کل اپنی لبنائی کا ہے تو بتاؤ بلیم کی ہریری سمیت کیا لبنائی ہے
 (۸) جن دو متصل کے عددوں کے مربعوں کا تفاوت ۵۳ ہے اونکو بتلاؤ

(۹) ۱ اور ۲ کھینچے بیٹھی ۱ پاس سات روپیہ نہایت بک زیادہ نہیں لیکن جب دس روپیہ لگیا
 تو اوسکو معلوم ہوا کہ بک روپیہ سے اوس پاس آدھی روپیہ ہو گئی تو بتاؤ ۱ اور ۲ پاس کتنا کتنا
 (۱۰) بابٹے دو نو ملکر ایک کام ۶ دن میں بناتے ہیں اور باب اکیلا اوس کام کو دس دن میں بناتا
 ہے اگر باب کو مزدوری ساڑھے ۱۰ ہائی ملی تو اوسکے بیٹے کو کیا مزدوری ملنی چاہئے

(۱۱) ایک لڑکا اپنی گولیوں کا باخچاں حصہ ایک بازی میں مار گیا اور جو کچھ گولیاں باقی رہیں
 ایک چھٹا حصہ بازی میں مار گیا اب اوس پاس ۶۰ گولیاں نہیں تو بتاؤ اصل میں اوس پاس کتنی گولیاں
 (۱۲) نصف پیئرل کا ایک شخص بی گیا اتفاق سے ڈاٹ پیس کی کھلی رہی اسلئے ہم گیلن شراب بہہ گئی اور
 باقی کی تین چوتھائی کام میں آئی اور باقی دو گیلن شراب بگڑ گئی وہ بیک دیکھ کر تو بتاؤ پیس میں کتنی شراب تھی

(۱۳) ایک سفد سی پانی برابر کیا نکلتا ہے اور اسی ایک عوض ۱۰ دن میں پر ہوتا ہے اور ایک
 اور چوٹا سفد سی اسی وہ عوض ۱۰ دن میں سمور ہوتا ہے تو بتاؤ یہ دو سفد کتنی دن میں چھٹے ہو جائیں
 (۱۴) ایک ٹوکروہ میں سیب اور ناشپاتیاں بارہ درجن ہیں اگر سیب دو گنی اور ناشپاتیاں آدھی
 ہوتیں تو کل کی تعداد ایک درجن زیادہ ہو جاتی تو بتاؤ کتنے سیب اور کتنی ناشپاتیاں اس ٹوکروہ میں ہیں

(۱۵) اگر ۱ اپنا روپیہ آدا کو دے تب پاس چوتھائی روپیہ ۱ سے ہو جا اور اگر ۱ چاس روپے
 ب کو دی تب پاس آدھی روپیہ ۱ سے ہو جائیں تو بتاؤ ہر ایک پاس کتنا روپیہ ہے

(۱۶) ۱ اورب اپسین ایک دوسرے سے ملنے چلے ۱۰ فی گنٹھ ۵ میل اورب فی گنٹھ ۳ میل چلتا ہی اور وہ سچ کے مقام سی ۳ میل پر ملے تو جن مقامات سے وہ چلے اونکی درمیان کا فاصلہ ۱۷ (۱۷) ۵ اشٹنگ گیلن کی شراب ایک پونڈ گیلن کے ۲۰ گیلن شراب میں کتنی ملائی جائی کہ اشٹنگ کی شراب بچاے

(۱۸) ۱ بوتلیں شراب کی ۴ روپیہ بوتل کی اورب بوتلیں شراب کی ۱۰ روپیہ بوتل کی اورب بوتلیں شراب کی ۱۰ روپیہ بوتل کی اور علیٰ ہذا القیاس خرید کر ملائیں تو اس مرکب شراب کی فی بوتل قیمت بتلاؤ (۱۹) ایک بھلا میں اپنی آدمی دولت اپنے پیسے کو دیگیا اور جو کچھ باقی رہا اسکے تین ساتویں حصے دو بیٹوں میں سے ہر ایک بیٹے کو دی اور ۲۰۰ روپیہ جو کل دولت میں سے باقی رہی وہ خیرات دیکے تو تباؤ اوس اس کتنی دولت تھی

(۲۰) ایک مقام سی ملیم ۵۰ گز کے فاصلہ پر گرا ہوا تھا اور بنے اس مقام سی اوس ملیم آئے جانی کی دھڑکی ۱ پہر تھی دفعہ ب سے ۲۰ گز کے فاصلہ پر ملیم سے ملا اور چلنے کے مقام پر نصف منٹ ب سے پہلے پہونچا تو تباؤ کتنی دیر میں اوسنے کل فاصلہ اٹلے کیا

(۲۱) ۶ روپیہ ۷۰ پائی گز ایک گزی کے تین تہاں ۱۹ گز خریدی اور ۱ روپیہ ۲ پائی کو اوس گز کے تہاں ۱۰ گز مول لئے تو تباؤ ہر تہاں میں کتنے گز کھڑا تھا

(۲۲) ب اگرچہ ۵ میل کے ۱ سے تھا لیکن ۳ میل فی گنٹھ چلتا اور ۱ کی چال ۴ میل تھی تو تباؤ ۱ کتنی مسافت طے کر کے ب سے ملے گا اور کہاں ملے گا

(۲۳) آخر سوال میں فرض کرو کہ ۱۰ فی گنٹھ ۳ میل چلتا ہی اورب فی گنٹھ ۱۰ میل چلتا ہی اور ۱ میل کے ۱ سے آگے بٹھا تو تباؤ ۱ کتنی مسافت طے کر کے ۱ سے ملے گا اور کہاں ملے گا (۲۴) ایک عدد میں دو ہند سے ہیں اول ہند ۵ دوسرے ہند سے بقدر ۲ کے کم ہی اگر ہند ۱۰ مربع ہند کا فرق خود عدد میں تفریق کیا جائی تو باقی ۹ رہتی ہیں اوس عدد کو بتلاؤ

(۲۵) ایک مزدور ۴ دن کے لئے کام کر گیا اور اسے یہ شرط ٹھہری کہ جس روز کام کرے

اور ۲۰۰ روپیہ کے فلع میں سے ایک حصہ ۱۶۰ روپیہ ہے تو بتاؤ کہ کتنا روپیہ تجارت میں
(۳۵) ایک گہری جتنی تیزی لوشا ہی گھنٹا سب سے اور گھنٹہ کے ۹۸ ۷۱ ساعت برابر گہری
کے ۱۸۰۲ ساعت میں گھنٹہ اور گہری کی چال بتاؤ
(۳۶) کچھ سورن اور شلنگ اور سکسپس ٹکڑہ فوڈا شلنگ پس کی برابر میں اور شلنگ کے
کہ وہ سورن کے بقدر ایک گنی کے کم میں اور بقدر ڈیڑ گنی کے سکسپس کے زیادہ ہیں ہر سک
کی قیمت دریافت کرو

(۳۷) ایک سٹیشن پیاو گاڑی پہنچی اور منٹ ٹھہری اب اسکو چلی ہوئی دو منٹ ہوئی تھی کہ
وہ ڈاک گاڑی سی ملی یہ ڈاک گاڑی سٹیشن سے اسوقت چھوٹی تھی کہ پہلے گاڑی کے
دوسری طرف ۲۸ میل پر تھی اور اس گاڑی کی رفتار پہلی گاڑی کی رفتار سے دو چار تھی اور
ب اور ایک سٹیشن کے درمیان وہ ڈیڑ گھنٹہ میں چلتی تھی سا فر گاڑی کی چال بتاؤ کہ
(۳۸) اسے ب کی طرف ایک سا فر ۴ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چلا اور ایک گھنٹہ کے
مغرب سے ایک طرف ۳ ۱/۲ میل کی رفتار سے چلا اور جب وہ آپس میں ملے تو اولیٰ ۶ میل زیادہ
ب نسبت دوسرے کے چلا تھا تو بتاؤ کیا وقت اس سفر میں لگا اور کتنے فاصلے طے ہوئے
(۳۹) ایک دخانی جہاز ۲۵ ۶۸ میل ۹ دن میں چلا تو میں دن تک چلا اور دھار کے
زور سے ۳ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے وہ الٹا چلا اور چار روز تک اسکو ۲ میل فی گھنٹہ
رفتار کے امداد ہوا اور دھار کی سبب سی پہنچی اور باقی اوقات میں وہ فقط دخان کے
زور سے چلا تو بتاؤ اسکی رفتار ٹھہری ہوئی پانی میں کیا ہے

(۴۰) ایک عدد دو ہندسوں کا ہی پہلا ہندسہ دوسرے ہندسے بقدر کم کے بڑا ہی اور جس سے
اعداد ترتیب میں محکوس ہو جائیں تو ایک عدد حاصل ہوتا ہے جو پہلے عدد کا چار ساواں حصہ ہے
(۴۱) ۲ اور ۳ بجے کے درمیان وقت ہی اور منٹ کی سوئی گھنٹہ کی سوئی سے ۱۸ ۱/۲ منٹ
چینی پر ٹپھی ہوئی ہے تو بتاؤ کیا بجایا ہے

(۴۲) بیٹھہ میں ایک برس اور روز یک جتنے ایک دن انڈی لای او تینی ہی دوسرے دن کے
اول دن تو درجن انڈی کسی اتفاق سے کتہ میں ٹوٹ پھوٹ گئی اور باقی انڈے اوسنے
سم سپر کے چار چار پیچے اور دوسرے دن کوئی چور نہ لے درجن انڈے اوس غریب بڑھیکے
پھر کر لگیا اوس دن اوسے کے آٹھ آٹھ انڈے پیچے اور اوسکو پہلے دن کے سم سپر
کالفع زیادہ ہوا تو بتاؤ کتنے انڈے وہ ہر روز بیٹھہ میں لائی

(۴۳) ایک پہیہ ۶ چکروں میں اتنی مسافت طے کرتا ہے کہ وہ ۱۹۶ لے گنی یہیہ کے قطر سے
تقدیر ۹ فٹ کی زیادہ ہوتی ہے تو بتاؤ یہیہ کا قطر کیا ہے اور (محیط : قطر :: ۲۲ : ۷)

(۴۴) ایک آدمی ۵۸۵۰ روپیہ چھوڑا اور تقسیم وراثت کی خاندان میں وصیت کر گیا
اوس کے خاندان میں سب سے بڑے اور ۴ بیٹیاں اور ۵ بیوی تھیں سو بیوی کا دو گنا حصہ ایک بیوی اور ایک
دختر کے حصوں کے برابر تھا اور دو بیٹوں کا حصہ برابر بیویوں کے حصوں کے تھا ہر شخص کا حصہ
(۴۵) چھڑے کی گولیاں ایک چیلنی میں چھانی تو جتنی چھین دہ بن جینی سی دو چند تھیں اور پھر
ان کے چھینی گولیاں کو ایک اور چیلنی میں چھانا تو چھینی گولیاں بی چھینی سی سہ چند تھیں اور پھر ان
چھینی کو تیسری چیلنی میں چھانا تو چھینی گولیاں چھینی چھینی چھینی گولیاں ابھی بریں تو بتاؤ کتنی گولیاں
(۴۶) ایک قسم کی بارود میں ۹ فیصدی شورہ اور ۵ فیصدی گندک اور ۵ فیصدی کٹنا تھا اور ایک دوسری
کی بارود میں ۹ فیصدی شورہ اور ۵ فیصدی گندک اور ۵ فیصدی کٹنا تھا اگر پہلی قسم کی بارود دوسری
قسم کی دوسری بارود ملائی جائے تو اس مرکب بارود میں شورہ گندک کٹنا کتنا فیصدی ہوگا
(۴۷) توپ جس مصالح سے بنی تھی میں ۹۰ فیصدی تانیا اور ۱۰ فیصدی ٹن ہو تھی اور ایک
اور قسم کی توپوں میں ۹۰ فیصدی تانیا اور ۱۰ فیصدی ٹن ہی تو بتاؤ پہلی توپوں کی ایک سن سپر
مصالح میں کتنا دوسری توپ کا مصالح ملائیں کہ اس مرکب مصالح میں تانیا سہ چند ٹن سی ہو

(۴۸) ۵۰۰ آدمی ایک قلعہ میں کھڑے ہوئے تھے اور اب اس ۶۰ دن کا کھانا پینا تھا
چودہویں دن ۸۰ آدمی ماری گئی اور چوبیسویں دن ایک لاکھ آدمی لگے کہ ہم آدمی مرے اور ۲۰
خوار کین سپاہیوں کی تلف ہوئیں بعد ایک ہفتہ کے ملک آدمی اور اس ملک کی سب سے

۱۔ انہوں نے ایک تہائی خوراک ہر سپاہی کی گشت گراہ دین دن تک برسرِ مقابلہ اعدا سے
 رہی اور بعد ازاں ان کو اس قلعہ سے خلاصی ہوئی تو بتاؤ کتنے آدمی کمک کو آئی تھی
 (۴۹) ایک ملک کے باشندی آدھی پڑھ سکتے ہیں اور باقی باشندوں میں سے ۲۲ فیصدی لکھ پڑھ
 اور پڑھاتی میں سے ۱۶ فیصدی لکھ پڑھ سکتے ہیں اور حساب جانتے ہیں اور ۶۰۳۳۶۰۲۲۲
 نہ لکھ سکتے ہیں نہ پڑھ سکتے ہیں نہ حساب کر سکتے ہیں تو بتاؤ آبادی کتنی ہے
 (۵۰) ایک آدمی فی ۵۲۲۲ روپیہ میں کچھ سرکاری نوٹ ۵ روپیہ سیکڑہ سود اور ۱۰ روپیہ سیکڑہ
 بہاؤ کے خریدے اور باقی ۳ روپیہ سیکڑہ اور ۹۶ روپیہ سیکڑہ بہاؤ کے مول لے

اوسکی آمدنی ۹۳۲۳ روپیہ ۱۲ روپیہ ہو تو بتاؤ ہر قسم کے نوٹ کتنے کتنے روپیہ اوسنی خرید

مساوات درجہ دوم

مساوات درجہ دوم وہ مساوات ہیں جن میں بعد تحویل اور مختصار کے مقدار بچول کی حساب علی قوت ہو
 مساوات درجہ دوم کی صورت عام یہ ہے کہ

$$لا + ب + لا + ح = ۰$$

اس میں اشاریہ اور ب اور ح مقدار معلوم متقسم کی گئی ہیں اور لا مقدار بچول ہی فرض کی گئی ہے
 جسکی قیمت ارقام لا اور ب اور ح میں بیان کی جا چکی

مساوات درجہ خالص وہ ہے کہ جس میں مقدار بچول کی اول قوت نہ واقع ہو پس اگر ب = ۰
 تو یہ خالص مساوات درجہ دوم کی حاصل ہوگی

$$لا + ح = ۰$$

اور عمل انتقال اور تقسیم سے یہ حاصل ہوتا ہے کہ

$$\frac{لا}{ح} = -۱$$

اب اگر جذر المربع طرفین کا لیں تو ہم کو یہ حاصل ہوگا کہ

$$لا = -۱$$

۱۰۲
مشاکین

(۱) مساوات ۲ لدا - ۱۸ = کو حل کرو

انتقال اور تقسیم سے

۹ = لدا

۳ ± = لدا

اسوٹے

دوہری علامت ± اس اصل پر مبنی ہے کہ منفی مقدار کی جفت قوتیں مثبت ہوتی ہیں (صفحہ ۱۹)

جیسے کہ (۳-) = ۳- × ۳ = ۹ اور ۳ = ۳ × ۳ = ۹ اسوٹے اسکے بالعکس

جذر المربع کا + ۳ اور - ۳ ہی اسکو اکثر اس طرح لکھا کرتے ہیں کہ ± ۳

(۲) مساوات لدا - ۱ = لدا + ۱ کو حل کرو

اب مساوات کی کسر دور کرنے سے اور اختصار اور انتقال سے یہ حاصل ہوتا ہے کہ

۲۵ = لدا

۵ ± = لدا

اسوٹے

(۳) مساوات لدا + ۵ = لدا - ۵ کو حل کرو

تحويل کرنے سے یہ حاصل ہوتا ہے کہ

۲۵ - = لدا

۲۵ - ۵ ± = لدا

اسوٹے

اور چونکہ ۲۵ = ۲۵ - (۱-)

۲۵ - ۵ ± = لدا

اور یہ موجب (صفحہ ۱۹) کے مقدار خیالی ہے اسے حاصل کو ناممکن کہتے ہیں کیونکہ کسی عدد کا

جذر منفی نہیں ہو سکتا

مساوات درجہ دوم مخلوط و مساوات ہی جسمین مقدار مجهول کی اول قوت ہی واقع ہو

اگر مساوات

لدا + لدا + ج = ۰ ہو

تو اس طرفین مساوات کو تقسیم کریں اور اس کی جگہ ع اور ق مندرج کریں

تو مساوات کی یہ صورت ہوگی اگر

$$\text{لا} + \text{ع} + \text{لا} + \text{ق} = ۰$$

اسمین ع کو امثال یا سر دوسری رقم کا کہتے ہیں اور ق کو رقم مطلق کہتے ہیں یعنی اسکی تساہ
کوئی قید مجہول کی شامل ہو سکی نہیں لگی ہوئی ہے

$$\text{عمل انتقال سے} \quad \text{لا} + \text{ع} + \text{لا} = -\text{ق}$$

ہر طرف پر $\frac{ع}{۴}$ یعنی لا کی نصف سر کا مربع زیادہ کر تو یہ حاصل ہو گا کہ

$$\text{لا} + \text{ع} + \text{لا} + \frac{ع}{۴} = -\text{ق} + \frac{ع}{۴}$$

دائیں طرف ایک مجذور کامل ہے یعنی

$$\left(\text{لا} + \frac{ع}{۴} \right)$$

اسو

$$\left(\text{لا} + \frac{ع}{۴} \right)^۲ = -\text{ق} + \frac{ع}{۴}$$

$$\text{طرفین کا جذر لے تو} \quad \text{لا} + \frac{ع}{۴} = \pm \sqrt{-\text{ق} + \frac{ع}{۴}}$$

$$\text{اسو اسطے} \quad \text{لا} = -\frac{ع}{۴} \pm \sqrt{-\text{ق} + \frac{ع}{۴}}$$

مساوات جبریہ درجہ دوم کا یہ حل عام ہے جسین لا کا سر واحد ہو
مثالوں کے حل کر نہیں ضرور ہے کہ اول مساوات کو ارقام مفردہ کے سلسلہ میں تحویل کریں اور لا کے
سر تقسیم کریں اور قدم بقدم ترکیب مذکور کے موافق نقل کریں تاکہ حل مساوات کا حاصل ہو
اس قاعدہ سے حل مساوات کا سہل طرح حاصل ہوتا ہے کہ

قاعدہ

(۱) دوسری رقم کے سر کا نصف علامت بدلی کر لکھو

(۲) اور اس کے آگے علامت \pm لکھو

(۳) اس علامت کے اندر دوسری رقم کے نصف سر کا مجذور + رقم مطلق علامت بدلی کر لکھو

پس ما حاصل قیمت مقدار مجہول کی ہوگی

مثالین

(۱) مساوات لا - ۱۴ + لا + ۴۰ = ۰ حل کرو

اب اگر ہم قدم بقدم موافق ترکیب عام کے چلیں تو ۴ کو منتقل کر کے یہ حاصل کریں کہ

۱۴ - ۱۴ = ۰
اب دوسری رقم کے نصف سسر کا مربع یعنی ۴۹ کو زیادہ کرو

$$۱۴ - ۱۴ + ۴۹ = ۴۹$$

$$۴ = (۲ - ۲)$$

$$۲ \pm ۲ = ۰$$

$$۲ \pm ۲ = ۰$$

اگر قاعدہ کی پیروی کریں تو یہ حاصل ہوگا

$$۴۹ \pm ۲۵ = ۲۵ \pm ۴۹$$

اگر علامت + کی لین تو لا = ۹ اور علامت - کی لین تو لا = ۵ اسے معلوم ہوتا ہے
کہ مساوات درجہ دوم کے دو حل ہوتے ہیں اگر دو فوقین مربع سے ایک قیمت کو بجای لا کے
مندرج کریں تو وہ نتائج حاصل ہونگے جو از روی تطابق صفر ہونگے جیسے کہ

$$۰ = ۲۵ + ۹ \times ۱۴ - ۸۱$$

$$۰ = ۲۵ + ۵ \times ۱۴ - ۲۵$$

اعداد ۹ اور ۵ کو مساوات کی جذبین یا قیمتیں کہتے ہیں اور یہ بھی کہا کرتے ہیں کہ اوں سے

شرائط مساوات کی پوری ہوتی ہیں

$$(۲) \text{ مساوات } ۲۸ = ۳ لا + لا کو حل کرو$$

$$۰ = ۲۸ - لا + ۳ لا$$

$$\frac{۹}{۳} + ۲۸ = لا \pm \frac{۳}{۳}$$

$$لا = \pm \frac{۳}{۳} + \frac{۱۲۱}{۳}$$

$$لا = \pm ۳ + ۱۱ \text{ جواب } ۱۴ \text{ یا } ۷$$

$$(۳) \text{ مساوات } لا = ۱ + \frac{۱}{لا}$$

$$۰ = ۱ - لا + \frac{۱}{لا}$$

$$\frac{۱}{لا} + ۱ = لا \pm \frac{۱}{لا}$$

$$\frac{۱}{لا} + ۱ = لا \pm \frac{۱}{لا} \text{ جواب } \frac{۱}{لا} + ۱ \text{ اور } \frac{۱}{لا} - ۱$$

اس ترکیب کو ترکیب اٹالیہ کہتے ہیں کیونکہ انہی اٹالیہ اس ترکیب کو کام میں لاتے تھے اور اہل

اطالیہ فی اول یورپ میں جبر متقابلہ کا رواج دیا

اہل ہند جو موجود اس علم کی ہیں وہ ایک اور ترکیب کو کام میں لگاتے ہیں اور اس میں قطعی بات نہیں ہے
 کہ وہ ایک ترکیب عامہ ہے بلکہ وہ اس مساواتوں کے حل کرنے کی نئی نہایت مناسب اور عمدہ اور
 بکار آمد ترکیب ہی جس میں کہ اول رقم پندرہ واحد نہ ہو
 فرض کرو کہ مساوات مفروضہ

$$۱۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰ + ۱۰۰ = ۱۰۰۰۰۰$$

$$۱۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰ + ۱۰۰ = ۱۰۰۰۰۰$$

ہر طرف کو ۱۰۰ میں ضرب دو تو

$$۱۰۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰ = ۱۰۰۰۰۰۰$$

اب ب طرفین مساوات پر زیادہ کرو تو

$$۱۰۰۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰۰ = ۱۰۰۰۰۰۰۰$$

اب دائیں طرف ایک مجدد رکھ کر ۱۰۰۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰۰ = ۱۰۰۰۰۰۰۰۰

$$۱۰۰۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰۰ = ۱۰۰۰۰۰۰۰۰$$

اب اس طرح مساوات درجہ دوم مساوات سادہ بن گئی جس کو بہت جلدی ہی حل کر سکتے ہیں

اب ہم اس ترکیب کو اسی صورت میں چھوڑ دیتے ہیں کیونکہ

وہ اس صورت میں یاد خوب رہ سکتی ہے اور عملاً جس مثال مفروضہ میں چاہیں استعمال کر سکتے ہیں

$$(۱) \text{ مساوات } ۱۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰ + ۱۰۰ = ۱۰۰۰۰۰۰ \text{ کو حل کرو}$$

ہندی ترکیب کے موافق مساوات کی تحویل سیدھی طرح سے اس مساوات سادہ کی طرح
 ہوتی ہے کہ

$$۱۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰ + ۱۰۰ = ۱۰۰۰۰۰۰$$

$$۱۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰ + ۱۰۰ = ۱۰۰۰۰۰۰$$

$$(۲) \text{ مساوات } ۱۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰ + ۱۰۰ = ۱۰۰۰۰۰۰ \text{ کو حل کرو}$$

$$۱۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰ + ۱۰۰ = ۱۰۰۰۰۰۰$$

ترکیب ہندی سے $۲۶\text{ ل} + ۵۶ = ۳۱۳۹۰ + ۳۱۳۹۰ \pm = ۱۸۶ \pm$

(۳) چہر مرتبہ کے اعشاریہ تک قیمت لاکھ کی اس مساوات

$$\frac{۱۲۱}{۱۳} - ۵ = \frac{۳}{۱ + ۲\text{ ل}} - ۵ = \frac{۱}{۲ - ۲\text{ ل}}$$

تحويل سے $۵\text{ ل} - ۲۶ = ۱۱ = ۰$

موافق ترکیب ہندی کی $۱۰\text{ ل} - ۲۶ = ۲۶ + ۲۹۹ \pm$

$$۳۰۵۸۲ \pm \quad ۲۶ = ۱۰\text{ ل}$$

جواب ۵۸۲

$$۳۰۵۸۲$$

(۴) مساوات سے $\frac{۱۲۱}{۱۳} = ۱۰\text{ ل} + ۲۶$ کو حل کرو

تحويل سے $۹\text{ ل} - ۳۰ = ۱۱ = ۰$

ترکیب ہندی کے موافق $۱۸\text{ ل} - ۳۰ = ۱۸ \pm$

$$۵۶۶ - ۳۰ = ۱۸\text{ ل} - ۳۰ = ۱۸ \pm$$

$$۲۴ = ۳۰ - ۱۸\text{ ل} \quad \text{جواب ل} = \frac{۲۴}{۱۸}$$

امثلہ نمبری ۳۳

$$(۱) = ۳ + ۱۲\text{ ل} + ۲۶$$

$$(۲) = ۸ - ۲۶ + ۲۶\text{ ل}$$

$$(۳) = ۲۳ - ۵\text{ ل} - ۲۶$$

$$(۴) = ۱۲ - ۲۶ - ۲۶\text{ ل}$$

$$(۵) = ۱۰\text{ ل} - ۳۰ - ۲۶$$

$$(۶) = ۱۲ - ۸۵ + ۲۶\text{ ل}$$

$$(۷) = ۹\text{ ل} - ۵ = \frac{۱۲}{۱۳}$$

$$(۸) = ۹ = \frac{۱۲}{۱۳} + ۲۶\text{ ل}$$

$$(۹) = \frac{۱۲}{۱۳} + ۸ = ۱۱\text{ ل}$$

$$(۱۰) = \frac{۲۰}{۱۱} = \frac{۱۲ + ۱۱\text{ ل}}{۱۳} + \frac{۱ - ۱۲}{۱ + ۲۶\text{ ل}}$$

$$(۱۱) = ۱ = \frac{۱۲ - ۱۱\text{ ل}}{۱۴} + \frac{۱}{۱۲ + ۲۶\text{ ل}}$$

$$۳ = \frac{۴}{۵} + \frac{۷}{۵+۱} \quad (۱۳)$$

$$۳۲ = \frac{۵}{۱-۵} + \frac{۴۷}{۱+۵} \quad (۱۳)$$

$$\frac{۱}{۱-۵} = \frac{۱}{۱-۵} + \frac{۱}{۱+۵} \quad (۱۴)$$

$$۵۲ = -\frac{۱-۵}{۱+۵} - \frac{۱+۵}{۱-۵} \quad (۱۵)$$

$$۴ = ۱+۵\sqrt{۷} + ۱+۵\sqrt{۷} \quad (۱۶)$$

$$\sqrt{۲+۵}\sqrt{۷} = \sqrt{۲+۵}\sqrt{۷} + \sqrt{۵}\sqrt{۷} \quad (۱۷)$$

$$۲ = \frac{۳+۵}{۲-۵} - \frac{۱۰-۵۲}{۵-۸} \quad (۱۸)$$

$$۲۲ = \frac{۲۱}{۸-۵۳} + \frac{۷}{۵+۸} \quad (۱۹)$$

$$۰ = ۵۲ - ۵۲ + ۵۲ - ۵۲ = ۰ \quad (۲۰)$$

$$\frac{۲-۵۳}{۲-۵۴} = \frac{۳-۵۲}{۱+۵۲} + \frac{۱-۵۲}{۲+۵۳} \quad (۲۱)$$

$$۲+۵۳ + ۵۲ = \frac{۱+۵۲-۵۲+۵}{۱-۵۲+۵} \quad (۲۲)$$

$$\sqrt{۳-۵۲}\sqrt{۷} - ۹۰ = \sqrt{۷+۵}\sqrt{۳} \quad (۲۳)$$

$$\sqrt{۳} = \sqrt{۱+۵}\sqrt{۷} + \sqrt{۲+۵}\sqrt{۷} + \sqrt{۱+۵}\sqrt{۷} \quad (۲۴)$$

بعض اوقات مساوات درجہ دوم سی اعلیٰ درجہ کی مساواتیں موافق قواعد حل مساوات
درجہ دوم کی حل ہو جاتی ہیں اسلئے ذیل میں اس بات کو دیکھ لو

مثالیں

$$(۱) \text{ مساوات } ۳۴\sqrt{۷} + ۲۲۵ = ۱۸۱\sqrt{۷}$$

اس مثال میں مقدار مجہول کی اون دو قوت نماؤں کے ماتحت واقع ہیں جن میں سے ایک دوسرے
دو چند ہے فرض کرو کہ $\sqrt{۷} = ۲$ یعنی $۷ = ۴$ پس مساوات مفروضہ کو اس صورت میں

$$۰ = ۲۲۵ + ۱۸۱ - ۳۴۷$$

جو اس طرح حل ہوتی ہے کہ

$$34\sqrt{11} \pm = 181 - 542$$

$$19 \pm = 181 - 542$$

اسی واسطے $\frac{5}{9}$ یا $\frac{9}{5}$ جواب لے $\pm = \frac{5}{9}$ یا $\pm = \frac{9}{5}$

$$(2) \text{ مساوات } (لا + ۲ - لا) - ۱۳ = (لا + لا - ۲) + ۳۶ = ۰$$

اگر ہم فرض کریں کہ لا + لا - ۲ = ۳۶ تو مساوات کو اس صورت میں لکھ سکتے ہیں کہ

$$۰ = ۳۶ + ۱۳ - ۲$$

اسکی جذبین ۴ اور ۹ ہیں اس واسطے ہم کو یہاں تین حاصل ہونگے

$$لا + لا - ۲ = ۴$$

$$لا + لا - ۲ = ۹$$

اسکا حل یہ ہے کہ لا = ۲ و ۳ اور $\pm 1 = 3\sqrt{5}$

(۳) مساوات لا - لا - ۲ + لا + لا + ۵ = ۰ کو حل کرو

طرفین مساوات پر ۵ کو زیادہ کرو تو

$$لا - لا - ۲ + لا + لا + ۵ + ۵ = ۰ \quad ۱۶ = لا + لا - ۲ + لا + لا$$

فرض کرو کہ $\sqrt{لا + لا - ۲ + لا + لا} = ۱۶$ تو مساوات کی یہ صورت ہو جائیگی کہ

$$۰ = ۱۶ - ۲ + لا + لا$$

اسکی قیمتیں ۲ اور ۸ ہیں

$$\pm = \frac{لا - لا - ۲ + لا + لا}{۵} = ۲$$

$$۱ - = \frac{لا - لا - ۲ + لا + لا}{۵}$$

ان مساواتوں کے مجذور کرنے سے ہم کو یہ حاصل ہوتا ہے

$$۰ = ۱ + لا - لا$$

$$۰ = لا - لا - ۵۹$$

$$34\sqrt{11} \pm 1 = 181 - 542$$

مشق ۵۳

$$(1) \quad لا + لا - ۱۹ = ۲۱۶ - ۲$$

$$(2) \quad لا + لا - ۱۲ = ۲۴ + لا$$

$$(3) \quad (لا - \frac{1}{لا}) + (\frac{1}{لا} - لا) = ۱$$

$$(۴) ۱۲ = \left(\frac{۱+۱۱}{۱-۱۱} \right) ۷ + \left(\frac{۱+۱۱}{۱-۱۱} \right) ۱۲$$

$$(۵) ۱۱ + ۱۱ = ۷ - ۱۱ = ۷$$

$$(۶) ۱۱ + ۱۱ = ۷ - ۱۱ = ۷$$

مسائل

مسائل درج دوم کے مسائل حل کر نیکی ترکیب اشکذیل سے معلوم ہوتی ہے

مثالیں

(۱) دو عدد ایسی دریافت کرو کہ اول کا مجموعہ ۱۱ اور مجموعہ اول کی مربعوں کا ۹۸

فرض کرو کہ ایک عدد ۱۱ ہے تو دوسرا عدد ۱۱ - ۱۱ = ۰ ہوگا

اس واسطے موافق شرائط سوال کے

$$۱۱ + (۱۱ - ۱۱) = ۹۸$$

ارقام مفردہ میں تحویل کرنے سے یہ حاصل ہوگا کہ

$$۱۱ + ۱۱ = ۱۰۵$$

اسکی قیمتیں ۱۱ اور ۱۱ ہیں جواب ۱۱ و ۱۱

(۲) بیچ گنت میں سے یہ سوال لکھا جاتا ہے

کچھ شہد کی مکہ بیان ایک درخت پر بیٹھی تھیں ایک دفعہ اول کی نصف تعداد کا خنجر اڑ گیا

اور دوسری مکمل تعداد کا اٹھ فوان حصہ ہوا میں چلا گیا فقط دو مکہ بیان بیٹھی رہ گئیں تو بتاؤ

کتنی مکہ بیان اس درخت پر بیٹھی تھیں

فرض کرو کہ تعداد مکہ بیان کی ۱۱ ہے تو موافق شرائط سوال کے

$$۱۱ - ۱۱ = ۱۱$$

$$۱۱ - ۱۱ = ۱۸$$

فرض کرو کہ ۱۱ اس واسطے ۱۱ = ۱۸ تو مساوات کی صورت یہ ہو جائیگی کہ

$$۱۱ - ۱۱ = ۱۸$$

اس کے قیمتیں ۱۱ اور ۱۱ ہیں لیکن ۱۱ = ۱۸ اس کے موافق قیمتیں ۱۱ کی ۱۱ اور ۱۱ ہیں لیکن انہیں

دوسری قیمت محض نامناسب موافق سوال کی ہے اسلئے جواب ۲۷ ہے
 (۳) ایک عدد میں دو ہندسی ہیں جنکا مجموعہ ۸ ہے اور ہندسوں کو مقلوب کر کے ایک اور دنیا
 عدد بنایا گیا ہے اب اگر ان دو عددوں کا حاصل ضرب ۸۵۵ ہو تو اس عدد کو دریافت کرو
 فرض کرو کہ اول ہندسہ ۸ ہے اسو اسطی آخر ہندسہ ۸ - لہ ہوگا اور موافق نظم عشری اعداد کے
 ۱۰ (۸ - لہ) + لہ یعنی ۸۰ - ۹ لہ دہ عدد ہوگا اور جب ہندسوں کی ترتیب مقلوب کر کے
 تو ۱۰ لہ + ۸ - لہ حاصل ہوگا اور ان اعداد کا حاصل ضرب $۲۷۰ + ۶۴۸ - ۸۱ = ۱۸۵۵$ ہے
 اسو اسطی بموجب شرائط سوال کے

$$۱۸۵۵ = ۲۷۰ + ۶۴۸ - ۸۱$$

عمل انتقالی اور تقسیم سی یہ حاصل ہوتا ہے کہ

$$۸ - لہ + ۱۵ = ۱۵$$

اسکی جذریں ۵ اور ۳ ہیں جواب ۵۳ یا ۳۵
 (۴) اورب فی ساچنا الگ کیا اور ۵۱۲ روپیہ آپ تقسیم کیا ب کو ۳۲۸۰ روپیہ
 قایم ہوا اور لاکھ حصہ اصلی روپیہ کی دو چاندنی ۱۰۲۰ روپیہ بڑھ گیا تو اورب کے
 حصے اور اونکا مول روپیہ بتلاؤ

فرض کرو کہ لاکھ حصہ لاروپیہ ہی تو ب کا (۵۱۲۰ - لہ) روپیہ ہوگا اور بموجب شرائط سوال کے
 ب کا اصل روپیہ (۲۸۴۰ - لہ) اور لاکھ اصل روپیہ (۱/۲ لہ - ۵۲۰) ہے لیکن حصوں میں
 وہی نسبت ہی جو انکی اصل روپیہ میں اسو اسطی

$$\frac{۵۲۰}{۲۸۴۰ - لہ} :: \frac{۵۱۲۰}{۵۲۰ - لہ}$$

$$۵۲۰ - لہ :: ۵۶۰۰ - ۵۱۲۰$$

اطراف اور اوسط کے حاصل ضرب کو مساوی لکھو اور تحویل کرو تو یہ حاصل ہوگا کہ

$$۲۷۰ + ۶۴۸ - ۸۱ = ۵۳۲۷۸۰۰$$

اب اسکی جذریں ۲۷۰ اور ۲۵۶۰ ہیں لیکن آخر قیمت کچھ مینا سبت سوال سے نہیں

رکتے اسے معلوم ہوتا ہے کہ لاکھ حصہ ۲۰۸۰ روپیہ تھا اسو اسطی

جواب اکا حصہ = ۲۰۸۰ روپیہ اصل روپیہ = ۵۲۰ روپیہ

ب کا حصہ = ۳۲۰ روپیہ اصل روپیہ = ۷۹۰ روپیہ

امثلہ مشق ۳۶

- (۱) مجموعہ دو عددوں کا ۵ اسی اور مجموعہ اول کے مربع کا ۱۱ اسی اولیٰ عدد کو دریافت کرو
- (۲) دو عددوں کا فرق ۴ اسی اور ان کا حاصل ضرب ۲۸ اسی اولیٰ عدد کو دریافت کرو
- (۳) مجموعہ دو عددوں کا ۱۰ اسی اور ان کا حاصل ضرب ۲۲ اسی اولیٰ عدد کو دریافت کرو
- (۴) حاصل ضرب دو اعداد کا ۶ اسی اور فرق اولیٰ مربعوں کا ۶۵ اسی اولیٰ عدد کو دریافت کرو
- (۵) حاصل ضرب دو کسٹرن کا $\frac{15}{16}$ اسی اور حاصل ضرب اولیٰ مربعوں کا $\frac{17}{16}$ اسی اولیٰ عدد کو دریافت کرو
- (۶) حاصل ضرب دو اعداد کا ۱۳ اسی اور مجموعہ اولیٰ مربعوں کا ۶۹ اسی اولیٰ عدد کو دریافت کرو
- (۷) حاصل جمع دو اعداد کا ۷ اسی اور مجموعہ اولیٰ مربعوں کا ۹۱ اسی اولیٰ عدد کو دریافت کرو
- (۸) حاصل ضرب دو اعداد کا ۵ اسی اور اولیٰ مربعوں کا تفاوت ۶۰۳ اسی اولیٰ عدد کو دریافت کرو
- (۹) ایک سو فٹ کے خط کو ایسی دو حصوں میں تقسیم کرو کہ ایک حصہ کو قطر بنا کر جو دائرہ بنائیں وہ برابر دوسرے حصہ کے مربع کے گز اور نسبت محیط اور قطر کی ۷ : ۲۲ ہے
- (۱۰) ایک شخص گھوڑا خرید کر ۱۱۹ روپیہ کو بیچ ڈالا اور اسکو اس بچے میں فیصدی اتنے پر بیچ فائدہ ہوا جتنے کو گھوڑا مول لیا تھا تو تباؤ قیمت گھوڑی کی کیا تھی
- (۱۱) ایک شخص نے ۱۰ اگنی فی حجر کے حساباً خرچین خرید کیں اور ۳۵۰ پونڈ کو بیچ ڈالیں اگرچہ سات خرچین رستہ میں مر گئیں تھیں لیکن پہر بھی اسکو ۱۷ پونڈ کا فائدہ ہوا تو تباؤ کتنی خرچین کو بیچیں
- (۱۲) ایک کمرہ کا ایک ضلع دوسرے ضلع سے ۵ فیٹ بڑا ہے اور ۱۰۰۰ مربع فیٹ کا غذاؤسکی دیواریں لٹینے کے لئے درکاری اگر وہ تین فیٹ اور اونچا ہوتا تو فقط اسکی تین دیواروں پر یہ غذا لگ جاتا اور بڑی ضلع کی دیوار خالصے رہی تھی تو تباؤ کمرہ کتنا لبا چڑھا ہے

(۱۳) چند آدمیوں نے چندہ کر کے ایک عمارت رفاہ عام کے واسطے ۵۰۰ روپیہ کی بنائی
جاسی جب یہ بن بنا کر تیار ہوئی تو دس چندہ دینی والوں کا دوا لکل گیا تھا اور دس
آدمیوں نے چندہ دینے سے انکار کیا باقی آدمیوں نے چندہ پورا کیا تو ہر ایک کو ۲ روپیہ زیادہ
دینے پڑے تو تباؤ اول چندہ دینے والے کتنے آدمی تھے

(۱۴) ایک آئینہ کا طول عرض سے ۲ فیٹ بڑا ہی اوسکے فریم کی بنوائی میں ہر شلنگ
فی فٹ لگی ہیں اور اسکے نیچے کا تختہ اشلنگ فی فٹ مربع بنا ہی اور کل قیمت ۱۱ پونڈ
۱۰ شلنگ لگی ہے تو تباؤ آئینہ کا طول عرض کیا ہی

(۱۵) ۱۰ اورب دو کارگیر میں جتنی دیر میں ۱۰ ایک کام کو بنا تا ہی اسی کام کو ۱۰ گھنٹہ
لگا کر بنا لیتا ہی اور ۱۰ اورب دو نو ملکر اوس کام کو ۳ گھنٹہ میں بناتی ہیں تو تباؤ ہر ایک
آدمی اکیلے اوس کام کو کتنی دیر میں بناتا ہی

(۱۶) ایک گروہ ملاحق کاٹھری ہوئی یا بی کرکشی کو ۶ میل ایک گھنٹہ میں کہی رہی تھی وہ
کتے کہتے بانی کے بناؤ میں آگئی اور ۱۰ میل اونہوں نے اس پہلو کرکشی کو کہا لیکن جب الٹی
پہرے تو اس الٹی دھار کے سبب نسبت جانی کے دو گھنٹے زیادہ لگی تو تباؤ دھار کی رفتار کیا تھی
(۱۷) ایک سٹیل کسٹ کا رقبہ ایک ایکڑ ہے اور اوسکا گہرا ۸۰ گز ہی تو تباؤ اوسکے
ضلع کا طول کیا ہے

(۱۸) جب ایک طرف ۶ منٹ میں دو دائروں کے کہنے سے بیڑ بنا ہی اور اگر وہ علیحدہ
کہوے جائیں تو ایک سے نسبت دوسرے کے ایک گھنٹہ ۶ منٹ دیر میں بیڑ بنا ہی تو تباؤ
ہر ایک سے کتنی دیر میں طرف پر ہوگا

(۱۹) جب ۱۰ خط کی تقسیم موافق (۱۱ ش ۲ م) کے کیجائی تو پوری حصہ کا طول دریا کرو
(۲۰) اگر ایک خط ایسی دو حصوں میں تقسیم کیا جائی کہ ایک حصہ کام میں مربع برابر ہو کل خط
دوسرے حصہ کی ۱۰ گنی سطح کے نوان حصوں کو دریافت کرو

(۲۱) ایک عدد دو ہندسوں کا ہی ایک ہندسہ دوسرے ہندسہ سے بقدر ایک کے برابر ہے اور ہندسوں کے مجموعہ کے خود عدد بقدر ۲ کے چھوٹا ہی اس عدد کو دریافت کرو
(۲۲) ایک عدد دو ہندسوں کا، ایک ہندسہ دوسرے ہندسہ سے بقدر ۲ کے زیادہ ہی اور ایک عدد ان دو ہندسوں کو متعوب کر کے بنایا گیا ہی اور پہلے عدد اور اس عدد کی مجموعہ کا مجموعہ ۴۴ ہی تو بتاؤ وہ عدد کیا ہے

(۲۳) دو برتن کعب کی شکل کے ہیں بڑے برتن کا طرف چھوٹے طرف بقدر ۶ ۱/۲ گیلن کے زیادہ اور ارتفاع ہی ۴ فٹ زیادہ ہی تو بتاؤ برتن کے کیا ابعاد ہیں اور ایک کعب فٹ میں ۶ ۱/۲ گیلن سماؤ ہوتا ہے

(۲۴) ایک قائم الزاویہ مثلث ۴ اور ۸ فیٹ ہیں اور اس کی گردہ فیٹ گہری خندق ہی اور اس میں ۲۰ ٹن پانی آتا ہی تو بتاؤ عرض خندق کا کیا ہی اور ایک کعب فیدم پانی کا وزن ۶ ٹن ہوتا ہے

(۲۵) ایک شخص نے روپیہ اتنا قرض دیا کہ چار برس میں اصل مع سود کی ۴۴ روپیہ جب اس کو چاہا کہ سود اس میں سے کتنی رہے اور اصل کتنی رہے تو اس نے یہ جواب دیا کہ شرح سود کی اصل روپیہ کی تیسویں حصہ کی اتنی اب اس جواب سے دریافت کرو کہ اصل کیا تھی اور سود کیا تھا

(۲۶) قطا اس شری اور اس کے کسی بڑی قطاس کے موافق عدد ۵۶ کا بقدر ۲۳ کے چھوٹا چھوٹا ہی تو بتاؤ قطاس کا اساس کیا ہی

(۲۷) دو پیے شراب کی ۷ پونڈہ شلنگ کو بیچا ہی اور ایک پیسہ میں قیمت دوسرے پیسہ ۵ گیلن زیادہ ہیں اور ہر شراب کی قیمت ۱۱ گیلن اتنے شلنگ ہیں جتنی کہ پیسہ میں گیلن میں تو بتاؤ ہر پیسہ میں کتنے گیلن شراب ہی

(۲۸) ایک بل ۳۷ روز کے بعد واجب الادا ہوتا مگر ایک صراف نے کٹوتی کا ٹکر ۳۴۵ پونڈہ شلنگ اوسکے دیکر اگر شرح سود کی بحال صراف کی جمع سی ہو تو شرح

(۲۹) ایک آدمی فی ۲۰ روپیہ کی کربان خریدیں اگر ۲ کربان زیادہ آتین تو ایک روپیہ فی کبری کم دینا پڑتا اور اگر دو کربان کم آتین تو ایک روپیہ فی کبری زیادہ دینا پڑتا تو تباؤ کتنی کربان اوستی خریدیں

(۳۰) ایک گاڑی کے پچھلے پیہ کا قطر اگلے پیہ کے قطر سے ۲ فٹ بڑا ہی اور یہ چوہا پیہ ۱۲ فٹ زیادہ چکر نسبت پہلے پیہ کے ایک میل میں کرتا ہی تو تباؤ اونکے قطر کیا ہیں اور نسبت محیط اونکے قطر کی ۲۲ : ۷

مسائل مساوات درجہ دوم

مساوات درجہ دوم کی صورت عامہ یہ ہوتی ہے

$$لا + ب + لا + ح = ۰$$

ا تقسیم کرو اور $\frac{لا}{لا}$ اور $\frac{ب}{لا}$ کی جگہ $ع$ اور $ق$ لکھو تو یہ حاصل ہو گا کہ

$$لا + ع + لا + ق = ۰$$

اس میں اول رقم کا سر ایک ہی اور دوسری رقم کا سر $ع$ ہی اور رقم مطلق $ق$ ہے اب حل اس مساوات

$$لا = \frac{ع}{۲} \pm \sqrt{\frac{ع^۲}{۴} - ق}$$

ہی اسے ظاہر ہوتا ہے کہ لا کی دو قیمتیں ہیں اور ان قیمتوں کو مساوات کی جذریں کہتے ہیں اور اونکو کہا کرتی ہیں کہ وہ شرط مساوات کی پورا کرتی ہیں کیونکہ اگر اونکو بجای لا کے مندرجہ کر لیں تو جملہ ثلاثی لا + ع + لا + ق ازروی تطابق صفر ہو جاتا ہی مثلاً مساوات لا + ع + لا + ۱۰ = ۰ کی جذریں ۵ اور ۴ ہیں اب اگر ۵ اور ۴ کو بجائے لا کے مساوات میں مندرجہ کریں تو جملہ ثلاثی لا + ع + لا + ۱۰ ازروی تطابق صفر ہو جاگیا

مساوات درجہ دوم کی جذریں یعنی قیمتیں جملہ ثلاثی لا + ع + لا + ق سے اور مثال $ع$ اور $ق$ سے از شرطات رکھتے ہیں اونکو مقدمات ذیل میں بیان کرتے ہیں

مقدمہ ۱

مساوات درجہ دوم کی رقم ثانی کا سر جبکہ علامت بدل دی جاویں برابر مساوات کی قیمتیں

مجموعہ ہوتا ہے

رقم مطلق برابر قیمتوں کی حاصل ضرب کے ہوتی ہے

فرض کرو مساوات

$$ل + ع + ق = ۰$$

کی قیمتیں سہ اور صد ہیں تو

$$سہ = -\frac{ع}{۱۰۰} + \frac{ق}{۱۰۰}$$

$$صد = -\frac{ع}{۱۰} + \frac{ق}{۱۰}$$

جمع اور ضرب سے یہ حاصل ہوتا ہے کہ

$$سہ + صد = -ع اور سہ صد = ۱۰$$

مقدمہ ۲

دوسرے درجہ کا ہر ایک جملہ اول درجہ کے اجزاء ضربی میں تحلیل ہو سکتا ہے

جملہ ثلاثی ل + ع + ق کو برابر صفر کے لکھو اور فرض کرو کہ مساوات قیمتیں سہ اور صد

$$ل - سہ = ل + ع + ق$$

$$ل - صد = ل + ع + ق$$

$$ضرب سے (ل - سہ) (ل - صد) = (ل + ع + ق) (-\frac{ع}{۱۰۰} - \frac{ق}{۱۰۰})$$

$$ل + ع + ق = ۰$$

اسے معلوم ہوتا ہے کہ دو اجزاء ضربی ل - سہ اور ل - صد ہیں

اگر جملہ ل + ع + ب ل + ح کی صورت کا ہو تو

$$ل + ب ل + ح = ۱ (ل - سہ) (ل - صد)$$

مقدمہ ۳

اگر دوسری رقم کے سر کا مربع برابر چوتھ رقم مطلق کے ہو تو مساوات درجہ دوم کی

قیمتیں حقیقی اور برابر ہوں گیں اور جملہ ثلاثی ایک مجذور کامل ہوگا

مقدار امین جو جملہ سہ اور صد کے واسطے لکھی ہیں اس کے ظاہر ہوتا ہے کہ جب جذری

صفر ہو تو قیمتیں حقیقی ہیں اور ہر ایک برابر $\frac{۱}{۱۰۰}$ کے ہے اور نیز

ع = ۴ ق

اس صورت میں اجزاء ضربی لا۔ سہ اور لا۔ صہ برابر ہوں ہیں اور حکہ ثلاثی مجزور کامل ہوتا ہے

$$لا + ع + ق = (لا + پ + ع)$$

مقدمہ ۴

اگر دوسری رقم کے سرکار مربع بڑا رقم مطلق کے چوچند سی ہو تو مساوات درجہ دوم کی قیمتیں حقیقی اور غیر مساوی ہونگیں اور اگر کم ہوگا تو قیمتیں خیالی ہونگیں

اس مقدمہ کی صداقت اون جلوں سے ہوتی ہے جو سہ اور صہ کے واسطے لکھی گئی ہیں
اول صورت میں مقدار جو جذر کے نیچے ہے مثبت ہی اور اس واسطے قیمتیں حقیقی اور غیر مساوی
ہیں اور دوسری صورت میں جذر کی ماتحت مقدار منفی ہی اور اس واسطے قیمتیں خیالی یعنی ناممکن ہیں
نتیجہ ۱۔ جب مساوات کی قیمتیں خیالی ہوں تو اون کی صورت $m \pm n$ کی ہوتی ہے
اگر $-$ پ + ع کی جگہ m اور جذر کے نیچے جو مقدار موجب فرض کے منفی پائی گئی ہے اور اس کی جگہ $-$ ن لکھیں تو مطلب ظاہر ہو جائیگا

نتیجہ ۲۔ اگر خیالی قیمتیں $m + n$ اور $m - n$ ہوں تو اون کو صورت میں
مزدوج کہتے ہیں اون کا مجموعہ m اور حاصل ضرب $m^2 + n^2$ ہی اس واسطے موجب مقدمہ
 $ع = ۴$ اور $ق = ۴$ اور $م = ۴$ اور $ن = ۴$

نتیجہ ۳۔ مساوات درجہ دوم کی قیمتوں کی صورت سی یہ بات معلوم ہو جاتی ہے کہ
وہ حقیقی ہیں یا خیالی ہیں

نتیجہ ۴۔ اگر مساوات درجہ اول لا + ب لا + ح = کی ہو تو موافق صورت بالا
یہ بیان کیا جائیگا

اگر $ب - ۴$ اور $س = ۰$ تو قیمتیں حقیقی اور مساوی ہیں

اگر $ب - ۴$ اور $س < ۰$ تو قیمتیں حقیقی اور غیر مساوی

اگر $ب - ۴$ اور $س > ۰$ تو قیمتیں خیالی

نتیجہ ۵ اگر $س - م = ۰$ تو جملہ ثلاثی $لا + ب + لا + ح$ مجزور کامل

لا + آ + ہ + خ کا ہے

مقدمہ ۵

اگر مساوات درجہ دوم کی قیمتیں خیالی ہوں تو ان کی مطابق جملہ ثلاثی مجموعہ دوم ہو سکتا ہے

فرض کرو کہ $م + ن - آ - ا$ اور $ن - آ - ا$ خیالی قیمتیں ہوں تو بموجب نتیجہ مقدمہ

چہارم کے $ع = ۲م - ۲ا$ اور $ق = م + ن$ اس واسطے جملہ ثلاثی $لا + ع + لا + ق$ کا

$لا - ۲م + لا + م + ن$ یا $(لا - م) + ن$ کی صورت میں بیان ہو سکتا ہے اور یہ مجموعہ دوم بعین کا ہے

نتیجہ ۶ کم سے کم قیمت جو اس جملہ ثلاثی کے مطابق $لا = م$ کے ہو سکتی ہے وہ $ن$ ہے

اس واسطے کہ $م$ سے بڑھی یا چھوٹی قیمتیں $لا$ کی جملہ ثلاثی کو غیر متناہی زیادہ کر دیتی ہیں

مقدمہ ۶

مساوات درجہ دوم کی دو سے زیادہ قیمتیں نہیں ہو سکتیں

فرض کرو اگر ممکن ہو کہ مساوات درجہ دوم $لا + ب + لا + ح = ۰$ کی مشروطی $لا$ کی

تین مختلف قیمتوں سے اور صد اور لے لوری ہوتی ہیں تو

۱۔ $س + ب + س + خ = ۰$

۲۔ $ا + ب + ص + ح = ۰$

۳۔ $لا + ب + ل + ح = ۰$

دوسری مساوات کو اول مساوات میں سے تفریق کرو تو

۱۔ $(س - ص) + ب = (س - ص)$

ہر ایک رقم کو سہ - صد تقسیم کرو تو

۱۔ $(س + ص) + ب = ۰$

اور اس طرح کا عمل کر کے اول اور سوم مساواتوں سے یہ حاصل ہوتا ہے کہ

۱۔ $(ص + ل) + ب = ۰$

اسکو اخر مساوات سے تفریق کرو تو

$$1 (صہ - لہ) = 0$$

موجب فرض کے لا محدود ہی اس واسطے صہ - لہ = 0 یعنی صہ = لہ اسے ثابت ہوتا ہے کہ دو سے زیادہ مختلف قیمتیں لہ کی جو شرائط مساوات درجہ دوم کو پورا کریں نہیں ہو سکتیں

امثلہ مشق ۳۷

ان ثلاثی جملوں کو اجزاء ضربی میں تحلیل کرو

$$(1) \quad 11 - 11 + 18 \quad (2) \quad 9 - 11 - 52$$

$$(3) \quad 4 - 5 + 11 - 11 \quad (4) \quad 9 - 11 - 10 - 11$$

$$(5) \quad 33 - 11 - 11 - 11 \quad (6) \quad 9 - 11 - 11 - 11 + 45$$

ان ثلاثی جملوں کو اسی صورت میں تحلیل کرو کہ وہ مجموعہ دوم بعون کا ہو

$$(7) \quad 11 - 11 + 11 \quad (8) \quad 11 + 11 - 11$$

$$(9) \quad 9 - 11 + 11 - 11 + 50 \quad (10) \quad 11 - 11 - 11 + 58$$

حد زیادتی و کمی

حد اگر لہ کی کسی خاص جملہ کی قیمت اوس حد پر پہنچ جائے کہ پہلے کے گڑھ نہ سکے بلکہ گھٹنا شروع ہو یا گھٹ نہ سکے بلکہ بڑھنا شروع ہو تو حد زیادتی یا کمی پر پہنچ گئی

لہ کے خاص جملہ کی قیمت حد زیادتی یا کمی کی اکثر اوسکو کی برابر لکھنے سے اوس مساوات سے لہ کی قیمت نکالنے سے بشرطیکہ وہ درجہ دوم کی ہو اور علامت جذر کے اندر جو مقدار ہو اوسکو براہ صفر کے لکھنے سے معلوم ہو جاتی ہے

مثالیں

(1) ایک خط لہ کو ایسی دو حصوں میں تقسیم کرو کہ سطح اون کی دو نو حصوں کی نہایت زیادہ ہو

فرض کرو کہ لد ایک حصہ ہو تو ۱۔ لد دوسرا حصہ ہو گا اور پہر فرض کرو کہ

$$s = (1 - u)u$$

$$\sqrt{1 - u^2} = 1 - u^2$$

اسیو
 اسے ظاہر ہوتا ہے کہ اگر لہ کی کوئی حقیقی قیمت ہو تو $\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} = 1$ سے نہیں ہو سکتا اور نیز

مقدار کو برائے ضرر کے کہنے سے حال ہوتی ہے پس اسکی موافقہ کی قیمت ۱۰ ہے

اسی واسطے خط کی تصنیف کرنی چاہئے

اسی طرح خط کی ضخیم کرنی چاہئے

(۲) ایک ایسا عدد دریافت کرو کہ وہ اور اس کا متکافی ملکر نہایت کم ہو

فرض کرو کہ وہ عدد

$$s = \frac{1}{n} + n$$

$$= 1 + 15 - 10$$

$$r - 5n \pm = s - 4r$$

اگر لاکھ حقیقی قیمت ہو تو کوئی قیمت نہ لگائی جاتی ہے۔

قیمت جملہ کی ۲ ہے اور خود عدد ایک ہی

(۳) ایک خطا کو ایسی دو حصوں میں تقسیم کرو کہ دو حصوں کے مربعوں کا مجموعہ نہایت کم ہو

فرض کرو کہ ایک حصہ لایہی تو اولہ دوسرا حصہ ہوگا تو

$$s = u + (u-1)$$

$$= s - u_j r - r$$

$$\sqrt{N-1} \pm = \sqrt{r-1}$$

اسے ظاہر ہوتا ہے کہ اس کی کم سے کم قیمت $\frac{1}{2}$ ہے اور اسکی موافق لاکھ قیمت $\frac{1}{2}$ ہی آئے

خط کی تصحیف کرنی چاہئے

(۴) قیمت $\frac{12 - 4}{6} = \frac{8}{6}$ کی حد زیادتی اور کمی دریافت کرو

فرض کرو کہ

$$s = \frac{10 - \frac{10}{2} + \frac{10}{2} - \frac{10}{2}}{10 - \frac{10}{2}}$$

$$= 4 + s + 11(s+4) - 50$$

$$(1-s)(r_0-s) \pm \sqrt{(1-s)(r_0-s)} = 1-s-r_0$$

اب لہ کی حقیقی ہونے کے واسطے ضرور ہے کہ اس کی قیمت ۱ اور ۵ کے درمیان نہ واقع ہو

لیکن ایک سلسلہ قیمتوں کا ۲۵ سیڑھا ۲ تنک اور ایک سے چوٹا ایک تک ہو سکتا ہے پس
بموجب حدود جملہ مفروضہ کی قیمت کم سے کم ۲۵ اور زیادہ سے زیادہ ۱ ہے

امثلہ مشق ۳۸

- (۱) ایک خط لاکو دو ایسی حصوں میں تقسیم کرو کہ گنا مربع ایک حصہ کا + گنا مربع دوسرے حصہ کا
(۲) ایک عدد کو ایسی دو اجزاء میں تقسیم کرو کہ مجموعہ ان کے مربعوں کا نہایت کم ہو
(۳) جملہ $(1+ل)$ $(ل+ل)$ کی قیمتیں حد زیادتی اور کمی کی دریافت کرو
(۴) جملہ $ل^۲ + ل - ۷$ کی قیمتیں حد زیادتی اور کمی کی دریافت کرو
(۵) جملہ $ل^۲ + ل - ۷$ کی قیمتیں حد زیادتی اور کمی کی دریافت کرو

مسوا تین جسمین دو مقدارین مجہول ہوں
شرائط سوال کے بیان کرینیں بڑی آسانی آسین ہوتی کہ جن مقدار کا معلوم کرنا مقصود ہو اور
دو یا زیادہ رموز سے تعبیر کریں اور یہ عمل اسقاط سے شرائط مفروضہ کو ایک مساوات میں
لے آئیں جسمین فقط ایک مقدار مجہول ہو

مثال

ایک گہرین بہن بیہائی تھے جب اون کے پوچھا گیا کہ تم کتنے بیہائی اور کتنی بہنیں ہو تو بے
بڑی بہن نے جواب دیا کہ میری جتنی بیہائی ہیں اتنی ہی بہنیں ہیں اور بے بیہائی نے
کہا کہ میری بیہائی مری بہنوں سے آدمی ہیں تو بتاؤ یہ کتنے بہن بیہائی تھے
فرض کرو کہ بیہائیوں کی تعداد لہ ہے اور بہنوں کی تعداد ۷ ہے
پس بموجب بہن کے جواب کے

$$ل = ۱ - ۷$$

$$۱ - ل = ۷$$

اب ان دو ہمزاد مساواتوں میں دو مقدارین مجہول ہیں اب وہ اس طرح ایک مساوات میں
تحویل ہو سکتی ہیں جسمین فقط ایک مقدار مجہول ہوگی بموجب مساوات اول $ل = ۱ - ۷$

اب اس قیمت کو دوسری مساوات میں مندرج کرو تو یہ حاصل ہوگا کہ

$$ل - ۱ = ۱ + ل$$

کے دور کرنے سے

$$۲ - ل = ۱ + ل$$

$$۳ = ل$$

عمل انتقال سے

$$۴ = ۵ + ل$$

پس اس گھڑی سے بہائی اور ہمیں ہیں

کرتے ہیں

استقاط

اب چار ترکیبیں استقاط کی ہیں اور گلاب بیان کرتی ہیں اول ہم ان ترکیبوں کو اس صورت میں بیان

کہ دو ہزار دسوا تین اول درجہ کی ہوں اور انہیں دو مقدار میں مچھول ہوں اور ان چار ترکیبوں

کے نام یہ ہیں

اندراج قیمت

مقابلہ کرنا

ضرب جلیبای

مضروب فیہ اختیاری

اندراج قیمت کی ترکیب

ترکیب اندراج قیمت یہ ہے ایک مساوات سے قیمت ایک مقدار مچھول کی دوسری مقدار مچھول کی

رقم میں دریافت کر کے دوسرے مساوات میں اس مچھول کی جگہ مندرج کریں

مثال

$$۸ - ل = ۳ = ۹$$

$$۵ + ل = ۷ = ۵۰$$

کو حل کرو

$$\frac{۸ - ل}{۳} = ۵$$

اول مساوات سے

۸ - ل

سر کی اس قیمت کو دوسری مساوات میں مندرج کرو تو مساوات ذیل حاصل ہوگی جس میں

$$۵۰ = \frac{(۸ - ل) ۷}{۳}$$

اور حل مساوات کا یہ ہے کہ ل = ۳

رکھو تو

اور اس بل کی قیمت کو معادلہ میں مفروضہ میں سے کسی ایک مساوات میں مثلاً اول میں

$$9 = 5 - 22$$

اس ترکیب کے موافق ہم لاکو اسقاط کر کے 5 کی مساوات حاصل کر سکتے ہیں
قیمتیں لہ اور 5 کی ایک ہی وقت میں ان ہزار مساواتوں کی شرائط کو پورا کرینگے

مشق ۳۹

$$3 = 5 + 2 \quad (2)$$

$$2 = 5 + 22$$

$$25 = 52 + 28 \quad (3)$$

$$23 = 53 + 24$$

$$52 = 2 + 50 \quad (4)$$

$$28 = 5 + 23$$

$$32 = 5 + 27 \quad (5)$$

$$4 = 52 - 2$$

$$\frac{1}{2} = 50 + 22 \quad (6)$$

$$\frac{1}{2} = 52 + 25$$

$$\frac{1}{2} = 58 + 24 \quad (7)$$

$$328 = 54 - 22$$

$$\frac{1}{2} = 50 - 2 = 52 - 2 \quad (8)$$

$$\frac{5}{2} = 5 - 2$$

$$\frac{1}{2} = 50 + 2 \quad (9)$$

$$\frac{1}{2} = 50 + 2$$

$$20 = 50 + 2 \quad (10)$$

$$\frac{1}{2} = 50 + 2$$

$$300 = 51 + 2 \quad (11)$$

$$102 = 5 - 2$$

مقابلہ کرنیکی ترکیب

ترکیب مقابلہ کرنیکی یہ ہے کہ معادلہ میں مفروضہ میں سے برابری سے قیمت ایک ہی مچھول کی
دوسرے مچھول کی ارقام میں دریافت کرو اور انی تحصیلہ قیمتیں کو مساوی لکھو

مثال

۱۲۳ حل کرو

$$ساواتوں ۱۱-۳۰ = ۵۹$$

$$۸۶ = ۵ + ۳۰$$

$$۵۹ + ۳۰ = ۵$$

$$۵۸ = ۵ + ۵۳$$

ان قیمتوں کو مساوی لکھو

$$۵۹ + ۳۰ = ۵۸ - ۵$$

یہ مساوات صرف لکھی ہی جی کہ تو حل اور حل کر کے ہر کو یہ حاصل کرتے ہیں کہ $۵ = ۴$
اس قیمت کو کسی ایک مساوات میں بند کر دے تو $۵ = ۴$ کے حاصل ہوگا

مثلاً مشق ۲۰

$$۲۵ = ۵ + ۱۰ \quad (۲)$$

$$۲۹ + ۱۱ = ۵$$

$$۵ = ۵۹ + ۱۴ \quad (۴)$$

$$۱ = (۵ - ۱۴) ۶$$

$$۰ = ۵۹ - ۱۴ \quad (۶)$$

$$۱۶ = ۱۸ + ۱۲$$

$$۲۵ = ۵۴ + ۱۵ \quad (۸)$$

$$۱۲ = ۵۶ + ۱۴$$

$$۲۱ = ۵ + ۱۶ \quad (۱۰)$$

$$۱۴ = ۵۴ - ۱۵$$

$$(۱) ۱۹ = ۵۳ - ۳۰$$

$$۳۷ = ۵۴ + ۱۴$$

$$(۳) ۳۵ = ۵۳ + ۱۴$$

$$۵۸ = ۱۲ + ۴۶$$

$$(۵) ۲۰ = ۵۴ + ۱۰$$

$$\frac{۱۱}{۳۸} = ۵ + ۱۰$$

$$(۷) \frac{۱}{۴} = ۵ - ۱۴$$

$$۲ = ۵ - ۳۳$$

$$(۹) ۳۳ = ۵ - ۱۴$$

$$۰ = \frac{۵}{۸} + \frac{۵}{۵ - ۱۴}$$

$$(۱۱) ۱۲ = \frac{۱۱ + ۵}{۱۴ - ۵} \quad (۱۲) ۱۰۰ = ۵۱۶ + ۱۴$$

$$۷ = \frac{۱۱ - ۵}{۵ - ۱۴} - \frac{۵ - ۱۴}{۵ - ۱۴}$$

$$۱۰ = ۵ - ۳$$

$$(۱۳) ۵ = (۵ - ۱۴) ۵۹ + (۱۴ - ۵) ۵۱$$

$$(۱۴) ۵۱ = (۵ - ۱۴) ۱۹ + (۱۴ - ۵) ۵$$

$$۱ = ۳ - ۱۴$$

$$(۱۵) ۱۴ = \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۱۴}$$

$$(۱۶) ۱۴ = \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۱۴}$$

$$\frac{۱۳}{۱۴} = \frac{۱۱ - ۵}{۵ + ۱۴}$$

ضرب جلیبائی

ضرب جلیبائی کی ترکیب یہ ہے کہ اول مساواتوں کو سادی صورت میں تبدیل کرو اور پھر اول مساوات

جو کسی ایک مبہول کا ہو اسکو دوسری مساوات میں ضرب دو اور دوسری مساوات میں جو
 سراو سی مبہول کا ہو اسکو پہلی مساوات میں ضرب دو تو اس ترکیب سے اشال ایک مبہول کی
 دونو مساواتوں سے متطابق ہو جائیگی اگر اونکی ایک ہی علامت ہو تو تفریق کرنے سے اور اگر
 اونکی مختلف علامت ہو تو جمع کرنے سے ایک مساوات ایک مبہول کی حاصل ہوگی

مثالین

۷۔ ۹ = ۵ ۲۹ کو حل کرو

۱۱۹ = ۵ + ۲۷

اول مساوات کو ۲۷ میں اور دوسری کو ۹ میں ضرب دو تو

۱۱۹ = ۵ + ۲۷

اب اشال ۳۶ کی علامتیں مختلف ہیں پس مساواتوں کو ۵ کے ساقط کرنے کے لئے جمع کیا تو

۱۱۹ = ۵ + ۲۷

۸ = ۵

اب تیسرے ساقط کرنے کے لئے اول مساوات کو ۳۱ میں اور دوسری کو ۷ میں ضرب دو تو یہ حاصل ہوگا کہ

۹۱ = ۵ + ۲۷

دونو مساواتوں میں اشال ۹۱ کی ایک ہی علامت ہے اول کو دوم میں سے تفریق کرو تو یہ حاصل ہوگا کہ

۴۳ = ۵

۸ = ۵ جواب

(۲) مساوات ۱۸ - ۱۵ = ۴ کو حل کرو

۱۹۸ = ۵ + ۲۱

اس مثال میں اور اسی قبیل کی اور مثالوں میں خود اشال کی ضرب چلیا پائی کی ضرورت نہیں

کیونکہ اونکی قائم مقام جوڑے اعداد اشال کی نسبت کی موافق مقرر ہو سکتی ہیں اشال

میں ۵ کے دور کرنے کے واسطے ۲۱ اور ۱۵ کی نسبت کے موافق اعداد ۷ و ۳ ہو سکتی ہو

اس لئے ان اعداد میں بجای اشال کے ضرب دو تو ۵ کی اشال متطابق ہو جائیگی

۳۱۵ = ۵ + ۱۰

۹۴۰ = ۵ + ۱۰

جمع کرنے سے ۲۶۱ لہ $۵۳ = ۱۳۰$
 لہ کے دور کرنے واسطے $۵ =$ لہ سے اول مساوات کو ۳ میں اور دوسری کو ۲ میں ضرب دے

$$۱۳۵ = ۵۴۵ - ۴۱۰$$

$$۳۹۶ = ۵۴۲ + ۴۴$$

$$۲۶۱ = ۵۸۷ - ۳۲۶$$

تفریق کرنی سے
 اس واسطے $۳ = ۵$ جواب $۵ = ۳$

(۳) مساواتوں $\frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۵} = \frac{۲}{۱۵}$ کو حل کرو

$$\frac{۲}{۱۵} - \frac{۲}{۱۵} = \frac{۲}{۱۵} - \frac{۲}{۱۵}$$

دوسری مساوات کی تحول ہو کر

$$\frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۵} = \frac{۲}{۱۵}$$

اس کو تقسیم کرو تو یہ حاصل ہو گا کہ

$$\frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۵} = \frac{۲}{۱۵}$$

اس مساوات میں اور اول مساوات میں اشال کے متطابق ہیں

تفریق کرنے سے $\left(\frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۵} \right) = \frac{۲}{۱۵}$

$$\frac{۲}{۱۵} - \frac{۲}{۱۵} = \frac{۲}{۱۵} - \frac{۲}{۱۵}$$

سہا پتہ تقسیم کرنے سے اور تفریق کرنے سے ہکو یہ حاصل ہوتا ہے کہ

$$\left(\frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۵} \right) = \frac{۲}{۱۵} \text{ اور } \frac{۲}{۱۵} = \frac{۲}{۱۵} \text{ جواب } ۵ = ۳$$

(۴) معادلات $\frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۵} = \frac{۲}{۱۵}$ کو حل کرو

$$\frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۵} = \frac{۲}{۱۵} \text{ کو حل کرو}$$

جب ان مساواتوں کو تحول کریں تو یہ حاصل ہو گا کہ

$$۱۶ - ۱۵ = ۳۸ + ۱۵$$

پہلی ترکیب ضرب چلیاؤ اور تفریق کرنے سے ہکو ایک اور مساوات حاصل ہوتی ہے جس کی اشال

جھوٹی ہوتی ہیں اور وہ قائم مقام ایک مساوات مفروضہ کی ہو سکتی ہے

دوم کو اول میں سے تفریق کرو

اب انہیں سے دوسرے کو ۲ میں ضرب دو اور اول میں سے تفریق کرو تو پہلے حاصل ہوگا کہ

$$۰ = ۴۰ + ۵۷ - ۱۰۰$$

دوسری مساوات میں اس قیمت کو گھٹا کر اور اول کی قیمت دریافت کرو تو پہلے حاصل ہوگا کہ

$$۰ = ۷۰ - ۱۰۰$$

عام قاعدہ یہ ہے کہ یہ معادلت مفروضہ میں سے ہر ایک کی جگہ اور ان کا مجموعہ یا فرق کہتے ہیں جو ایک عدد میں دیا گیا ہو تاہی بہت سی صورتیں ایسی ہوتی ہیں کہ مفروضہ اس طرح منتخب ہو سکتا ہے کہ اس سے ایک اور زوج مساوات کا ایسا حاصل ہو جائے کہ اس کے امثال نسبت اصلی مساواتوں کے چھوٹے ہوں اور اس سبب قیمت کا دریافت کرنا آسان ہو

امثلہ مشق ۴۱

$$(۱) \quad ۴۱ = ۵۳ - ۱۲ \quad (۲) \quad ۲۹ = ۵۱۲ - ۱۲$$

$$۴ = ۵۳ - ۴۹ \quad ۱ = ۵۳ - ۵۲$$

$$(۳) \quad ۵۴ = ۵۴ + ۱۵ \quad (۴) \quad ۲ = ۵۴ + ۱۰$$

$$۱۳ = ۵۴ - ۴۱ \quad ۳ = ۵۵ - ۵۲$$

$$(۵) \quad ۲۹ = ۵۱۱ - ۱۲ \quad (۶) \quad ۱۰ = ۵۱۲ + ۵۳ - ۴۹$$

$$۱۱ = ۵۱۲ + ۵۳ - ۴۹ \quad ۱۱ = ۵۵ - ۴۴$$

$$(۷) \quad ۱۹ = ۵۶۰۵ + ۱۱ - ۴۰ \quad (۸) \quad ۱۱ = ۵۵ - ۴۴$$

$$(۹) \quad \frac{۲۳}{۳} = \frac{۵}{۳} \quad (۱۰) \quad ۲۲ = \frac{۵}{۳} - \frac{۱۱}{۳}$$

$$(۱۱) \quad ۲۲ = ۵ - \frac{۱۱}{۳} \quad (۱۲) \quad ۱۲ = \frac{۵}{۳} - \frac{۱۱}{۳}$$

$$۵۸ = \frac{۵}{۹} - \frac{۱۱}{۹} \quad (۱۳) \quad ۵۲ = \frac{۵}{۳} - \frac{۱۱}{۳}$$

$$(۱۴) \quad ۵۲ = \frac{۵}{۳} - \frac{۱۱}{۳} \quad (۱۵) \quad ۵۲ = \frac{۵}{۳} - \frac{۱۱}{۳}$$

$$(۱۶) \quad ۵۲ = \frac{۵}{۳} - \frac{۱۱}{۳} \quad (۱۷) \quad ۵۲ = \frac{۵}{۳} - \frac{۱۱}{۳}$$

$$(۱۸) \quad ۵۲ = \frac{۵}{۳} - \frac{۱۱}{۳} \quad (۱۹) \quad ۵۲ = \frac{۵}{۳} - \frac{۱۱}{۳}$$

$$(۲۰) \quad ۵۲ = \frac{۵}{۳} - \frac{۱۱}{۳} \quad (۲۱) \quad ۵۲ = \frac{۵}{۳} - \frac{۱۱}{۳}$$

$$(۱۵) \quad ۲ = \frac{۱۱}{۲} - \frac{۵}{۳} \quad (۱۶) \quad \frac{۱}{۱۵} = \frac{۱}{۳۵} - \frac{۱}{۵۵}$$

$$\frac{۱}{۱۵} = \frac{۵ + ۱۱}{۱۶۵} - \frac{۳}{۱۶۵}$$

مضروب فی اختیار

مضروب فی اختیار کی یہ ترکیب ہے کہ کسی مساوات کو مفروضہ مساواتوں میں کسی مضروب اختیار
میں ضرب دو اور پہر مساواتوں کو جمع کرو اور مثال کو برابر صفر کے لکھو
اور اسے م کی قیمت دریافت کرو اور اس کو امثال لایین مندرج کر کے قیمت لاکہ
دریافت کرو اور اسے طرح قیمت کی معلوم کرو

امثال

$$\text{سا ۱۵۱۵} + ۵۸ = ۵۲۸ \quad \text{کو حل کرو}$$

$$۱۱۵ = ۵۲ - ۵۸$$

دوسری مساوات کو م میں ضرب دو تو یہ حاصل ہوگا کہ

$$\text{اس کو اول مساوات پر زیادہ کرو تو } ۱۱۵ = ۵۲ - ۵۸$$

$$(۱۵ + ۱۱۵) + ۵۸ = ۵۲ (۲۸ - ۵۸) + ۵۸ = ۵۲$$

اب اس کے سا قطر نیکے واسطے اس کی امثال کو برابر صفر کے لکھو

اب یہ باقی رہتا ہے کہ (۱۱۵ + ۵۸) = ۵۲ (۲۸ - ۵۸) + ۵۸ = ۵۲
لیکن ان امثال سے کہ برابر صفر کے لکھی ہیں م = ۲۸ اس قیمت کو آخر مساوات میں مندرج کرو

$$۱۱۸ = ۵۲ - ۵۸$$

اب اس کے سا قطر نیکے واسطے ہم اس کی امثال کو برابر صفر کے لکھ دیں تو

$$۱۱۵ + ۵۸ = ۵۲$$

اب اس قیمت کو

$$\text{میں مندرج کرو تو یہ حاصل ہوگا کہ}$$

$$\frac{۲۲۵}{۱۱} - ۵۸ = ۵۲ \left(\frac{۱۰۵}{۱۱} + ۲۸ \right)$$

۱۲۸

یعنی ۱۳۴ = ۱۳۴
اسی واسطے ۱ = جواب لہ ۲
۱ = ۲

امثلہ مشق ۲۲

$$\begin{aligned}
 (۱) \quad ۱۳ &= ۵۳ + ۵۴ \quad (۲) \quad ۱۳ = ۵۳ + ۵۴ \\
 ۱۱۲ &= ۵۹ - ۱۱۲ \quad ۱۹ = ۵۱۰ - ۱۱۲ \\
 (۳) \quad ۵ &= ۵۳ + ۵۴ \quad (۴) \quad ۵ = ۵۳ + ۵۴ \\
 ۸ &= ۵۹ + ۵۱۰ \quad (۵) \quad \frac{۱}{۳۴} = \frac{۱}{۵۳} - \frac{۱}{۵۴} \\
 (۶) \quad ۱۳ &= (۵۳ - ۵۴) \quad (۷) \quad \frac{۱}{۳۴} = \frac{۱}{۵۳} - \frac{۱}{۵۴} \\
 ۳ &= \frac{۵}{۳} + \frac{۵}{۳} \quad (۸) \quad ۰ = \frac{۱}{۱۳} + \frac{۵}{۵۳} \\
 ۲۰ &= ۵۹ + ۵۱۱ \quad (۹) \quad \frac{۱}{۱۳} = \frac{۱}{۵۳} + \frac{۵}{۵۴} \\
 ۲ &= \frac{۵-۵۳}{۳۸} - \frac{۵+۵۴}{۸} \quad (۱۰) \quad \frac{۱}{۱۳} = \frac{۱}{۵۳} + \frac{۵}{۵۴}
 \end{aligned}$$

پہلے اسے کہ لا اور کی درجہ اول کی ہزار مساواتوں کے زوج کو حل کرو اور انکو سادہ صورت میں تبدیل کرو اور انکی سادہ صورت کا چہرہ یہ ہے کہ

۱ لہ + ب = ج
۱ لہ + ب = ج
تجربہ سے یہ بات معلوم ہو چکی کہ چاروں ترکیبوں میں کوئی سہی ترکیب اسقاط مجہول کی عمل میں لانی چاہئے اکثر تجربہ چلیا کی استعمال میں آتی ہے بعض اوقات مساواتوں کی تحلیل اس صورت کی ہوتی ہے کہ

$$۱ = \frac{۱}{۵۳} + \frac{۱}{۵۴}$$

$$۱ = \frac{۱}{۵۳} + \frac{۱}{۵۴}$$

اب یو اور مو کو لہ اور ۱ کی جگہ رکھو تو مساواتوں کے چہرہ یہ ہو گئے کہ

$$۱ لہ + ب = مو$$

$$۱ یو + ب = مو$$

$$\begin{aligned}
 (۱) \quad ۳۱ &= ۵ + ۵۳ \quad (۲) \quad ۸ = ۵۲ + ۵۳ \\
 ۸ &= ۵ - ۵۳ \quad ۱ = ۵ - ۵۳
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2N &= 5r + 11s \quad (2) & \frac{1}{r} &= 5 - 11N \quad (3) \\
 11N &= 5r + 11s & \frac{1}{5N} &= 5 - 11r \quad (4) \\
 2r &= 5r + 11s \quad (5) & 5r &= 11s - 1 \\
 4r &= 5r + 11s & 2r &= 5r - 11s \quad (6) \\
 &= 11s + 11r + 5s \quad (7) & 14 &= 5r - 11s \\
 14 &= 11\frac{9}{5} - 5 & &= 5r + 11s \quad (8) \\
 9 + \frac{11s}{5} &= \frac{54}{5} \quad (10) & &= 11s - 5r + 11s \\
 30 &= 11s - 5r & 11 &= 5r - 11s \quad (11) \\
 29 &= 5r - 11s \quad (12) & 14 &= 5r + 11s \\
 20 &= 5 + 11r & 1 &= 5r + 11s \quad (13) \\
 &= 11r + 5r + 11s \quad (14) & 2r &= 5r - 11s \\
 &= 3r + 5r + 11s & \frac{5r - 1}{2} &= 11 \quad (15) \\
 11r + 5r + 11s &= 11s \quad (16) & 11 &= 5r - 11s \\
 3r + 5r + 11s &= 11s & & \\
 3r + 5r + 11s &= 11s & & \\
 14 + (r + 11)s &= (5 - 1)s \quad (17) & 34 &= (r + 5)s + (1 - 11)s \quad (18) \\
 24 - (11r - 11)s &= (r + 5)s & 34 &= (r - 5)s - (r + 11)s \\
 \frac{4}{1} &= \frac{1 + 5r}{1} - \frac{11\frac{1}{5} - 11}{1} \quad (19) & &= \frac{34}{1} - \frac{r + 5s}{5} + \frac{1 - 11}{1} \quad (20) \\
 (11 - 1)11 + 11 &= (5r + 11s)11 & &= \frac{119}{4} + \frac{54 + 0}{11} - \frac{11s - 1}{11} \\
 11 - \frac{1}{11} \cdot 11 &= \frac{11\frac{1}{5} - 11}{11} - 11N \quad (21) & &= \frac{54}{11} = \frac{11 - 10}{11} - 11N \quad (22) \\
 \frac{54r - 11s}{11} - 0 &= \frac{11\frac{1}{5} - 11}{11} + 11s & &= \frac{54 + 11r}{11} - 11N = 5r - 11s \\
 24 + (1 - 11)s &= 5r - 11s \quad (23) & \frac{14}{11} - \frac{5r - 11s}{11} &= \frac{5r + 11s}{2} \quad (24) \\
 1 &= 11s - 5r & &= 5r + 11s \\
 &= \frac{1}{5 + 11} - \frac{1}{5 - 11} \quad (25) & &= \frac{5r + 11s}{5 - 5r} \quad (26) \\
 &= 1 - \frac{11}{5 - 11} & 1 &= \frac{(-11)s}{(r - 5)s} \\
 \frac{1}{11} \cdot 11 + \frac{11s - 11N}{5} &= \frac{5r + 11s}{4} \quad (27) & &= \frac{1}{4} + \frac{1}{5 + 11} \quad (28) \\
 (11 - 5)s &= 5 + 11 & &= \frac{1}{11} + \frac{11}{5} \\
 (11 - 5) \frac{11}{11} &= 5 + 11, \frac{5r}{11} + \frac{5 + 11}{5} & &= \frac{11}{5} \quad (29) \\
 1 - (5 - 11)(11 - 11) &= (5 - 11)(1 + 11) \quad (30) & & \\
 \frac{0}{(54 - 4)(0 - 5r)} &= \frac{11 - 11s}{4 - 54} - \frac{11 - 11r}{0 - 5r}
 \end{aligned}$$

۱۳:

$$۳ + (۳ - ۵۲)(۳ + ۱۱۲) = (۲ - ۱) - (۲ + ۱) \quad (۳۱)$$

$$(۱۳ - ۵۲)۴ + ۵۱ = ۲ + (۱ - ۵) \quad (۱ - ۱)$$

$$۱ - \frac{۲}{۱۵ - ۵۲ + ۱۵} = \frac{۱ + ۱}{۵ + ۵} - \frac{۲ - ۱}{۲ - ۵} \quad (۳۲)$$

$$\frac{۲ + ۵۲ + ۱}{۵۱۱ + ۵۲ + ۱۱ + ۴} = \frac{۵۱۱ + ۵۲ + ۱۱ + ۴}{۵۱۱ + ۵۲ + ۱۱ + ۴} \quad (۳۳)$$

$$\frac{۵۱۱ + ۴}{۵۱۱ + ۴} + \frac{۳ + ۵ + ۱}{۳ + ۵ + ۱} = \frac{۲ + ۵}{۲ + ۵} + \frac{۱ + ۱}{۱ + ۱}$$

$$۱۳ - ۵۲ + ۱۱ = \frac{۵۱۱ - ۲۸۸ + ۵۱۱ + ۵۱۱}{۵۲ - ۱۳ + ۱۱} \quad (۳۴)$$

$$۲ = ۵۱ - ۱۵$$

$$۱ + ۵۳ - ۱۱ = \frac{۱ - ۵ + ۱۱ + ۵۱ + ۵۱ + ۵۱ + ۵۱ - ۵۱}{۱ - ۵ + ۱۱ + ۵۱ + ۵۱ + ۵۱ - ۵۱} \quad (۳۵)$$

$$\frac{۱}{۲} = \frac{۲ - ۱}{۲ + ۵}$$

$$\frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲ - ۵} - \frac{۱}{۲ - ۱} \quad (۳۶)$$

$$\frac{۱}{۲} = \frac{۱ + ۲}{۱ - ۲} \times \frac{۲ - ۱}{۱ + ۲}$$

$$= \frac{۱ - ۲}{۱ - ۲} + \frac{۱ - ۲}{۱ - ۲} - \frac{۱}{۲} \quad (۳۷)$$

$$= \frac{۱ - ۲}{۱ - ۲} - \frac{۱ - ۲}{۱ - ۲} - \frac{۱}{۲}$$

$$۱ + ۱ = \frac{۱ - ۵ + ۱}{۱ - ۵ + ۱} \quad (۳۸)$$

$$۵ + ۱ = \frac{۱۳ + ۵}{۱۳ + ۵}$$

$$\frac{۵ + ۱}{۵ + ۱} + \frac{۱ + ۱}{۱ + ۱} = \frac{۵ - ۱}{۵ - ۱} + \frac{۵ + ۱}{۵ + ۱} \quad (۳۹)$$

$$۴ + ۵ = \frac{(۵ - ۱) ۵}{۹ + ۵ - ۱}$$

$$۱ + ۵ - ۱ = (۵ + ۲) ۵ + ۳ - ۱ \quad (۴۰)$$

$$(۵ - ۱) ۱ + ۵ = ۲ - (۵ - ۵) (۱ + ۳)$$

$$= ۳ + ۵ + ۱ + ۱ \quad (۴۱) \quad ۲ = ۵ + ۱ \quad (۴۲)$$

$$= ۳ + ۵ + ۱ + ۱ \quad ۵ = ۵ + ۱$$

$$۱ + ۵ = ۳ + ۱ \quad (۴۳) \quad ۲ = \frac{۵}{۲} + \frac{۱}{۱} \quad (۴۴)$$

$$\frac{۲}{۱} = \frac{۵ + ۱}{۵ - ۱} \quad (۴۵) \quad ۵ = ۵ + ۱ \quad (۴۶)$$

کیونکہ لا اور د کی قیمتوں سے دونوں مساواتوں کی شرائط پوری ہونی چاہئے

اس علم الجبر کے منتہا کی تحقیقات میں جملوں

$$(۱۰م - ۳د) (۱۰م - ۱د) (۱۰م - ۳د) (۱۰م - ۱د)$$

کو مقطعات اول حروف کا کہتے ہیں جن سے کہ وہ بنتے ہیں

معادلات جنہیں تین متغیر مجہول ہوں

اگر تین مساواتیں تین متغیر مجہول کی حل کرینگے واسطے پیش کی جائیں تو ان کی حل کرنا طریقہ یہ ہے کہ اول اور دوم مساواتوں میں سے ایک مقدار مجہول کو سا قط کر دیا اور پہر اول اور سوم میں یا دوم و سوم میں اسی مقدار مجہول کو سا قط کر دیا تو اس طرح دو مساواتیں حاصل ہوں گی جنہیں دو متغیر مجہول ہوں گی اور ان مساواتوں سے قیمتیں دو نو مقدار مجہول کی ایک ایک مجہول کو باری باری سے سا قط کرنے سے حاصل ہو سکتی ہیں جس طرح اوپر کی مثالوں میں بیان ہوا ہے

اب ہم تین مساواتیں تین متغیر مجہول کی اول درجہ کی پہلے فرض کرتے ہیں اور اکثر ان کی مثالیں

$$۱۰م + ۳د + ۵ح + ۱ی = ۲۰$$

$$۱۰م + ۳د + ۵ح + ۱ی = ۲۰$$

$$۱۰م + ۳د + ۵ح + ۱ی = ۲۰$$

مثالیں

ان تین مساواتوں کو حل کرو

$$۱۰م + ۳د + ۵ح + ۱ی = ۲۰$$

$$۱۰م + ۳د + ۵ح + ۱ی = ۲۰$$

$$۱۰م + ۳د + ۵ح + ۱ی = ۲۰$$

اول مساوات کو ۳ میں ضرب دو اور دوم کو تفریق کرو تو مساوات لا اور د کی ذیل میں حاصل ہوگی

اول مساوات کو ۳ میں ضرب دو اور تیسرے کو جمع کرو تو ایک دوسرے مساوات لا اور د کی حاصل ہوگی یعنی

$$۱۰م + ۳د + ۵ح + ۱ی = ۲۰$$

اسے آخر مساوات کو تفریق کرو اور د کو سا قط کر دو یہ حاصل ہوگا کہ لا = ۵ یعنی لا = ۳

اس قیمت کو آخر دونوں مساواتوں میں سے کسی ایک مساوات میں رکھو تو یہ حاصل ہوگا کہ د = ۳

۱۳۳
لا اور کی جگہ ان قیمتوں کو معادلات مفروضہ میں سے کسی ایک پر لکھیں اور پھر حاصل کیا کریں =

جواب لا = ۳

ساوات (۳) اور (۴) صفحہ ۱۳۱ سے ملو ترکیب ضرب چلیا، ایسی صورت حاصل ہوگی
دو مقدار پھول کو ایک ہی دفعہ عمل کرنے سے ساقط کر سکتی ہیں
اب اس ترکیب کی اصل تبدیلی کے وسطی تین مساواتیں ایسی فرض کرتے ہیں کہ جسمیں اشال حرفی

$$لا + لا + لا + ج + ی + د = ۰$$

$$لا + لا + لا + ج + ی + د = ۰$$

$$لا + لا + لا + ج + ی + د = ۰$$

اول مساوات کو مقطع (لا ب ب - لا ب ب) میں اور دوسری مساوات کو مقطع
(لا ب - لا ب ب) میں اور تیسری مساوات کو مقطع (لا ب - لا ب ب) ضرب کریں
اور حاصلوں کو آپس میں جمع کرو تو یہ حاصل ہوگا کہ

$$[لا (لا ب ب - لا ب ب) + لا (لا ب ب - لا ب ب) + لا (لا ب ب - لا ب ب)] لا$$

$$+ [لا ب (لا ب ب - لا ب ب) + لا ب (لا ب ب - لا ب ب) + لا ب (لا ب ب - لا ب ب)] لا$$

$$+ [لا ج (لا ب ب - لا ب ب) + لا ج (لا ب ب - لا ب ب) + لا ج (لا ب ب - لا ب ب)] لا$$

$$+ [لا د (لا ب ب - لا ب ب) + لا د (لا ب ب - لا ب ب) + لا د (لا ب ب - لا ب ب)] لا = ۰$$

بوجہ مساواتوں (۳) اور (۴) کے اشال لا اور کے ازروی تطابق کے صفر میں سے ایک

نظم مضروب فیہ اختیاری کو مساواتوں کے اندر استعمال میں لائے کسی ایک ہی عمل سے مساوات

ایک مقدار پھول کی حاصل ہو جائیگی اور اوستی قیمت کی معلوم ہو جائیگی اور اس طرح سے لا اور

ی اور نیز اور ی بھی ساقط ہو سکتی ہیں اور لا اور کی قیمتیں ایک عمل سے معلوم ہو سکتی ہیں

اور کی مساوات میں ی کے اشال اور رقم مطلق مقطعات اور جن فوٹج کہلاتی ہیں جس سے کہ وہ ساقط ہو جائیں

لا ب ب و ج	لا ب ب و ج
لا ب ب و ج	لا ب ب و ج
لا ب ب و ج	لا ب ب و ج

یہ کریب مثال عددی کی صورت میں نہایت آسانی سے حل میں آتی ہے چنانچہ مثلاً ذیل میں ایک سرائیکی دیکھو

مثلاً
(۱) آخر مثال میں جو مساواتیں ہیں انکو حل کرو یعنی

$$۲ - ۱۱ = ۳ + ی = ۱$$

$$۳ - ۱۱ = ۵ + ۲ + ی = ۳$$

$$۴ - ۱۱ = ۶ + ۳ + ی = ۴$$

بمضروب فیہون کی ایک نظم سی لدا اور تاکہ ساقط ہو جائیں مثال کی اول اور دوم عمودی سطروں کی ضرب چلیا
مقطعان موافق ہر مساوات کے بغیر لحاظ علامت حاصل کرو یعنی اول اور سوم سے

$$۳ \times ۲ - ۲ \times ۲ = (۵ -) \times ۲ = ۲۶ \text{ اور اول اور سوم سے } ۲ \times ۲ - ۲ \times ۳ = (۳ -) \times ۲ = ۱۴ \text{ اور}$$

$$\text{آخر کار اول اور دوم سے } ۳ \times (۳ -) - ۲ \times (۵ -) = ۱ \text{ اب مضارب فیہ } ۲۶ \text{ اور } ۱۴$$

کی مناسب علامتیں معین کرو انکو مثال کی سطر عمودی میں لکھو اور چونکہ حاصل جمع ازروی ضرب
کے حاصل ضرب ۵۲ و ۲۸ کا اسی علامتوں سی موثر ہونا چاہئے کہ وہ برابر ضرب کے ہواستغ

اول حاصل ضرب ۲ مثبت ہو تو باقی دو مثال ۲۸ و ۲ منفی ہونی چاہئے یا اسکے بالعکس ہو

اب مساواتوں کو نظم مضارب فیہ نیم - ۲۶ اور ۱۴ اور میں ضرب دو اور انکو جمع کرو تو مثال

لدا اور اسکے معدوم ہو جائیگے اور ما حاصل یہ ہوگا کہ

$$۳۵ = ی$$

لدا اور سی ساقط کر نیکی سے ضرب چلیا سے اول اور تیسرے عمودی سطروں کے بغیر لحاظ علامت

اعداد ذیل مضارب فیہ حاصل ہوتے ہیں یعنی ۲۵ و ۱۰ اور ان سے پہلے اعداد ان کے تناسب ۵ و ۲ کا مقام

اگر انکو اول عمودی میں لگائیں تو یہ ظاہر ہوگا کہ اول مضروب فیہ کو منفی اور باقی دو مثبت

بنائیں اس واسطے مضروب فیہون کا نظم - ۵ و ۲ وہی اور جب انکو کام میں لائیں تو مستحصل

مساواتوں کو جمع کرو تو یہ حاصل ہوگا کہ

$$۱۲ = ی$$

اسی طرح ۵ اور سی کو ساقط کریں تو - ۱ و ۱ و ۱

نظم مضروب فیہون کا حاصل ہوگا اگر لدا

کام میں لائین تو حاصل یہ ہو گا کہ

$$\begin{aligned} ۵ &= لا \\ ۳ &= لا \end{aligned}$$

جواب لا = ۳

$$\begin{aligned} ۳ &= لا \\ ۲ &= لا \\ ۱ &= لا \end{aligned}$$

مضارب فیہ ساٹھ کر نیوالی جدول ذیل میں لکھی ہیں

لا	ک	ی
۱ -	۵ -	۲۶ -
۱	۲	۱۶
۱	۱	۱

(۲) ان مساواتوں کو حل کرو

$$۱۴ = لا + ۳ک + ۵ی$$

$$۹ = لا + ۲ک + ۵ی$$

$$۱۱ = لا + ۲ک + ۵ی$$

یہ جدول مضارب فیہ ساٹھ کر نی والوں کی ہیں

لا	ک	ی
۳۹	۱۱۸ -	۱۹
۹	۱۷	۵
۸	۲۹	۱۱ -

جواب لا = ۳
ک = ۲
ی = ۱

(۳) ان مساواتوں کو حل کرو

$$۱ = \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۶}$$

$$۱ = \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۶}$$

یہ مساواتیں آسانی سے حل ہو جاتی ہیں اس واسطے کہ لا اور ک اور ی کے متکافین کے واسطے حروف یو و مو می لکھو اور کسیک مساواتوں کو صاف کر دو یہ حاصل ہو گا کہ

$$۱ = لا + مو + ی$$

$$۲ = لا + مو + ۱۶ی$$

$$۱۲ = لا + مو + ۶ی$$

یہ جدول مصاریف فیہ انتظام کے ہوئی

می	مو	لو
۲	۱۹۹-	۱۰۰-
۱۱-	۱۳	۱
۱	۷	۱

جواب لا = ۲
 ۳ = ۵
 ۶ = می

امثلہ مشق ۴۴

$$(۱) ۲۰ = می + ۳ + لا + ۲$$

$$۱۰ = می - ۳ - لا$$

$$۲۹ = می + ۵ + لا + ۳$$

$$(۲) ۰ = می + لا + ۵ + ۴ + ۱۲$$

$$۰ = ۱۰ + می + لا + ۴ + ۵$$

$$۰ = ۷ + می + لا + ۷ + ۷$$

$$(۳) ۰ = می + لا + ۲ - (۱ - می) + (۱ - لا) ۳$$

$$۳ = (۱ - می) ۵ - (۱ + لا) ۲ + (۱ - لا) ۲$$

$$۲۹ = (۱ + می) ۳ + (۱ - لا) ۲ - (۲ + لا) ۳$$

$$(۴) ۱۸ = می - (۱ - لا) ۳ + لا ۲$$

$$۱۲ = می + لا - (۱ + لا) ۳$$

$$۲۹ = (۱ + می) ۵ - (۳ + لا) ۲ + لا ۵$$

$$(۵) ۱۳۲۰ = می - لا + ۳۰$$

$$۶۵۴ = می + لا - ۳۰$$

$$۱۲ = می + لا - ۳۰$$

$$(۶) ۵ = می + لا + ۳$$

$$۷۵ = می + لا + ۳۰$$

$$۰ = ۱۰ + می + لا + ۹$$

$$(۷) ۳۱ = می + لا + ۳۰$$

$$۰ = ۱۱ + می + لا + ۳۰$$

$$۰ = ۱۱ + می + لا + ۳۰$$

$$(۸) ۴ = می + لا + ۳$$

$$۲ = می + لا + ۳$$

$$۰ = می + لا + ۳$$

$$(۹) ۵ = می + لا + ۳$$

$$۲ = می + لا + ۳$$

$$۷ = می + لا + ۳$$

$$(۱۰) ۴ = می + لا + ۳$$

$$۲ = می + لا + ۳$$

$$۰ = می + لا + ۳$$

$$(۱۶) \quad ۳ = ۱ + ۵ - ۱ = ۱ - ۱ = ۰ \quad ۹ = ۳ + ۳ - ۱ = ۵$$

$$۲ = ۱ + ۳ - ۱ = ۲ \quad ۵ = ۲ + ۳ - ۱ = ۴$$

$$۱ = ۱ + ۲ - ۱ = ۲ \quad ۴ = ۲ + ۲ - ۱ = ۳$$

معادلات جنہیں متعدد مقادیر میں ہوں
اگر مساواتیں ان مقادیر میں ہوں تو مفروضہ مساواتوں میں سے ایک مقادیر میں ہوں
کرنے سے ن۔ مساواتیں ن۔ مقادیر میں ہوں کی مثال کر سکتے ہیں اگر مساواتیں تمام اول درجہ
کی ہوں تو ضرب چلیا سکیں دو مقادیر میں ایک ہی دفعہ عمل کرنے سے موافق دفعہ گذشتہ کی ساقط
کر لو اس طرح حل بہت جلد ہو جائیگا اور ن مقادیر میں ہوں کی مساواتوں سے ن۔ مساواتیں
ن۔ مقادیر میں ہوں کی کوئی سے مفروضہ مساواتوں میں دو کو باقی مساواتوں کے ساتھ
ترکیب دینے سے حاصل ہو سکتی ہیں

مثالیں

$$۲ = ۱ + ۳ - ۱ = ۲ \quad ۳ = ۲ + ۲ - ۱ = ۳$$

$$۱۳ = ۲ + ۱۱ - ۱ = ۱۲$$

$$۴ = ۳ + ۱ - ۱ = ۳$$

$$۲۰ = ۳ + ۱۷ - ۱ = ۱۹$$

اول دو مساواتوں کو تیسری مساوات کی ساتھ ترکیب دو اور ی اور کو ساقط کر دو تو یہ حاصل ہوگا

$$۲۵ = ۱۹ + ۶ - ۱ = ۲۴$$

پھر اول دو کو چوتھی مساوات کی ساتھ ترکیب دو اور ایک ہی حروف کو ساقط کر دو تو یہ حاصل ہوگا

$$۹۳ = ۲۴ + ۶۹ - ۱ = ۹۲$$

اب مساواتوں کے یہ حاصل ہوتا ہے کہ

$$۱ = ۱$$

ان قیمتوں کو اول دو مفروضہ مساواتوں میں رکھو تو یہ حاصل ہوگا کہ

$$۸ = ۱ - ۱ = ۰$$

$$۵ = ۲ - ۱ = ۱$$

اسے یہ حاصل ہوتا ہے کہ

$$۲ = ۱ - ۱ = ۰ \quad ۳ = ۲ - ۱ = ۱$$

$$۲ = ۱ - ۱ = ۰ \quad ۳ = ۲ - ۱ = ۱$$

مثلاً مشق ۲۵

$$\begin{aligned}
 (۱) \quad ۰ &= لا + ۵۲ + ۳۱ + ۴۰ = لا + ۱۲۵ \\
 (۲) \quad ۰ &= لا + ۵۲ + ۳۱ - ۴۰ = لا + ۴۳ \\
 ۲۱ &= لا + ۵۲ + ۳۱ - ۴۰ = لا + ۴۳ \\
 ۹ &= لا + ۵۲ + ۳۱ - ۴۰ = لا + ۴۳ \\
 ۱۲ &= لا + ۵۲ + ۳۱ - ۴۰ = لا + ۴۳
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (۳) \quad ۲۱۰۰ &= \frac{لا}{۹} + \frac{۵۲}{۹} + \frac{۳۱}{۹} + \frac{۴۰}{۹} \\
 ۲۱۴۴ &= \frac{لا}{۱۱} + \frac{۵۲}{۱۱} + \frac{۳۱}{۱۱} + \frac{۴۰}{۱۱} \\
 ۱۴۴۴ &= \frac{لا}{۱۳} + \frac{۵۲}{۱۳} + \frac{۳۱}{۱۳} + \frac{۴۰}{۱۳} \\
 ۱۴۴۲ &= \frac{لا}{۱۵} + \frac{۵۲}{۱۵} + \frac{۳۱}{۱۵} + \frac{۴۰}{۱۵}
 \end{aligned}$$

اگر کسی نظم میں متعارف محمول کی تعداد سی مساواتیں زیادہ ہوں اور عمل اسقاط کی جگہ ایک سے زیادہ
 مساواتیں ایک ہی مقدار محمول کی حاصل ہوں تو اگر ان کے ایک ہی مقدار محمول کی مختلف قیمتیں
 نکلیں تو جاننا چاہئے کہ وہ مساواتیں متخالف ہیں اور اگر ان کے ایک قیمت نظر تو یہ سمجھنا چاہئے
 کہ مساواتیں باہم بے لگاؤ نہیں بلکہ بعض اور نہیں سے اور یہ مساواتوں کی ترکیب سے پیدا ہو گئی ہیں
 مساواتیں خواہ اول درجہ کی مساوات کی طرف تبدیل ہوئی ہیں
 بعض صورتوں میں مساواتیں دو مقدار محمول کی ایسی ہی واقع ہوتی ہیں کہ اگر ان میں ایک یا دو مقدار محمول
 درجہ دوم کی ہوں تو بھی ان کی تبدیل اول درجہ کی مساواتوں کی طرف ہو سکتی ہیں ایسی صورتوں پر ایک
 بحث عام لکھینگے اور ہر ایک کی مثال دینگے

صورت اول

فرض کرو کہ مساواتیں صورت کی ہوں کہ
 $لا + ب = لا + ۵ + ح = ط$
 $لا + ب = لا + ۵ + ح = ط$
 اور ان میں یہ ارتباط فرض کرو

$$لا : ۵ : ح : م : ن$$

اول مساوات کون میں اور دوسری مساوات کوم میں ضرب دو اور تفریق کرو

$$(ن - ب - م) = لا = ن - ط - م$$

اس مساوات سی قیمت لا کی معلوم ہوتی ہے اور اس سے قیمت لا + ب + م کی دریافت ہوتی ہے

اور مساوات ۳ ہا اب = ۲ ہا اب ع کو جمع اول مساوات کی ساتھ اور تفریق اول مساوات سے کرو
 تو یہ حاصل ہوگا (۲ ہا اب + ۲ ع) = ۲ ہا اب ع
 اب جذر فیض کا تو مساوات میں درجہ اول لا اور کی صورت ذیل میں حاصل ہو جائیگا
 ان مساواتوں میں قیمتیں لا اور کی دریافت ہو سکتی ہیں

مثال

۱۴ لا - ۳ لا د + ۵ ۹ = ۳۴ کو حل کرو
 ۲ لا - ۵ لا د + ۵ ۲۷ = ۱۱۰
 مربعوں کے امثال اور ۳ کی نسبت کہتی ہیں اس واسطے اول مساوات کو ۳ میں ضرب دیکر اور ۳ کو
 دوسری مساوات سے تفریق کریں تو یہ حاصل ہوگا کہ
 اس واسطے
 ۱۴ لا + ۵ ۹ = ۳۴
 ۲ لا = ۲۲
 تفریق اور جمع کرنے سے (۲ لا + ۳ د) = ۶۴
 ۱۶ = (۲ لا - ۳ د)
 اس واسطے
 ۸ ± = ۵۳ + لا ۲
 ۲ لا - ۳ د = ۲۲

جواب لا = ۱ اور لا = ۳
 د = ۲ د = ۵

صورت دوم

فرض کرو کہ مساواتیں یہ ہوں کہ

$$۱ لا + ۲ ب لا د + ۵ ج د = ط$$

$$۲ لا + ۵ ن د = ع$$

اب اگر پہلی مساوات کا دائیں طرف کا رکن دوسری مساوات کی دائیں طرف کی رکن پر آجائے
 تو خارج قیمت م لا + ن د کی صورت کا پیدا ہوگا اور اس واسطے
 م لا + ن د = ع

پس اسواتوں کی تحویل اس صورت کی طرف ہوگی

$$\begin{array}{l} \text{م لاء} + \text{د س} = \text{ع} \\ \text{م لاء} + \text{د س} = \text{ع} \end{array}$$

اور یہ مساواتیں درجہ اول کی ہیں

مثال

$$\begin{array}{l} \text{ل لاء} - \text{م لاء} + \text{د س} = \text{ا ح} \\ \text{ل لاء} - \text{م لاء} = \text{ا ح} \end{array}$$

حل کرو

تقسیم کرنے سے ہموکھ حاصل ہوتا ہے کہ

اب فرض مساواتوں سے دوسری مساوات کے ساتھ اسوات کو ترکیب دویہ ہوگا

$$\begin{array}{l} \text{ل} = \text{د} \\ \text{س} = \text{ح} \end{array}$$

فرض کرو کہ مساواتیں اس شکل کی ہوں

$$\text{ا ل لاء} + \text{ب ل لاء} + \text{ج ل لاء} = \text{ط}$$

اول مساوات کی دائیں طرف کا رکن نہ تو کامل مربع ہو اور نہ دوسری مساوات کے دائیں طرف کے رکن پروافق صورت سابق کے تقسیم ہو تو تحویل اس طرح ہوگی کہ اول مساوات کو کسی مضروب فیہ اختیاری سے میں ضرب دو اور دوسری مساوات کا مربع جمع کرو تو

$$\begin{array}{l} (\text{ا سہ} + \text{م}) \text{ ل لاء} + (\text{ب سہ} + \text{م ن}) \text{ ل لاء} + (\text{ج سہ} + \text{ن}) \text{ ل لاء} = \text{ط سہ} + \text{ع} \\ \text{اب بائیں طرف کا رکن مربع کامل ہوا اسلئے ضروری کہ ل لاء کے امثال کا مربع برابر ہو چنبد} \\ \text{حاصل ضرب امثال ل لاء اور د ل لاء کا ہوا اسواسلئے} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (\text{ب سہ} + \text{م ن}) \text{ ل لاء} = \text{ا سہ} + \text{م} \\ (\text{ج سہ} + \text{ن}) \text{ ل لاء} \end{array}$$

$$\text{سہ} = \text{ا سہ} + \text{م ن} + \text{ج سہ}$$

اب اس قیمت کو مساوات میں رکھو اور طرف فیہ مساوات کا جذر مربع کو دوسری مساوات اس صورت

کی حاصل ہوگی $م + ن + س = ع$
مثال

$$لا - ۲ لاء + ۳ س = ۹$$

$$لا - ۲ لاء + ۳ س = ۹$$

اول مساوات کو ۱ میں ضرب دو اور دوسری مساوات کا مربع کرو اور دونوں حاصل کو جمع کرو تو

$$(۴ + ۱) لا - ۲ لاء + ۳ س = ۹ (۲ + ۱) لاء + ۳ س = ۹ (۱ + ۳) س = ۹ (۱۶ + ۱۹)$$

اب دائیں طرف کا رکن ایک بخود کامل ہوا اسلئے ضرور ہے کہ

$$(۲ + ۱) س = (۳ + ۱) س$$

اسو اسلئے $۱ = ۱$ اس کی قیمت کو مندرج کر دو اور اسکی یہی معنی ہیں کہ مفروضہ مساواتوں میں سے اول مساوات

۹ میں اور دوسری مساوات کی مربع کو م میں ضرب دیں اور تفریق کریں تو یہ حاصل ہوگا کہ

$$۹ لا - ۲ لاء + ۳ س = ۹ (۲ + ۱) لاء + ۳ س = ۹ (۱ + ۳) س = ۹$$

$$۸ لا - ۲ لاء + ۳ س = ۳۲$$

اب دائیں طرف کا رکن اس مساوات کا ایک مربع کامل ہوا اسلئے جذر نکالنے کے
اور حاصل کو دوسری مساوات کے ساتھ ترکیب بنی سی یہ مساواتیں حاصل ہوتی ہیں

$$لا - ۲ لاء + ۳ س = ۹$$

$$لا - ۲ لاء + ۳ س = ۹$$

$$جواب لا = \frac{۱۳}{۹} اور لا = ۳$$

صورت چہارم
فرض کرو کہ مساواتیں صورت کی ہوں کہ

$$لا + ب لاء + ج س = ط$$

$$لا + ب لاء + ج س = ط$$

اگر دائیں طرف کے ارکان کا ج لاء + ق کو فوق مشترک ہو تو مساواتیں اس صورت کی ہوں گیں

$$(ع لاء + ق س) (م لاء + ن س) = ط$$

$$(ع لاء + ق س) (م لاء + ن س) = ط$$

۱۴۲
اسوٹے تقسیم کرنے سے
اور اسکی تحویل کرنی یہی حاصل ہوتا ہے کہ

(ط م ح ط م) لا + (ط ن - ط ن) ی =
اب یہ مساوات درجہ اول کی ہی اب اسکو مفروضہ مساواتوں میں سے ایک ساتھ ترکیب دین
تو ایک دوسری مساوات درجہ اول کی حاصل ہوگی

مثال

اب مساواتوں ۳ لا - ۵ لا ی - ۵ ی = ۱۷ کو حل کرو
۲ لا + لا ی - ۵ ی = ۱۱

اب جملوں کا فرق مشترک (لا - ی) ہی اب دائیں طرف کے ہر کرم کو تقسیم کرو
تو مساوات تحصیل یہ حاصل ہوگی کہ

$$\frac{۱۷}{۱۱} = \frac{۵ لا + ۵ ی}{۳ لا + لا ی}$$

اسے یہ حاصل ہوتا ہے کہ

$$۵ لا - ۵ ی = ۵۵$$

اسوٹے
دوسری مساوات میں اس قیمت کو مندرج کرنے سے ہم کو یہ حاصل ہوتا ہے کہ

$$\frac{۲۵}{۱۱} = \frac{۵ لا + ۵ ی}{۳ لا + لا ی}$$

اب اسکو مساوات ۲ لا - ۵ ی = ۵۵ کے ساتھ ترکیب دینے سے ہم کو

۵ لا ± ۵ ی کے حاصل ہوتا ہے پس جواب لا = ۵ ± ۵ ی = ۵ ± ۵ ی

صورت پنجم

فرض کرو کہ مساواتیں یہ ہوں کہ
لا لا + با لا ی + ح ی + د لا + ری + س =

اب اگر ان جملوں میں سے پہلی اول جملہ دوسرے جملہ پر اور تقسیم ہو جائے تو خارج قسمت م لا + ن ی + ع

نظر کا اسوٹے فقط تقسیم سے ہم کو ایک دوسری مساوات درجہ اول کی یہ حاصل ہو جائیگی کہ

$$م لا + ن ی + ع =$$

مثال

ان مساواتوں $۲لا + ۵لا - ۱۲ = ۳۰ + ۲۳ + ۵۲ = ۰$

اول مساوات کو $لا + ۴ = ۱۳$ تقسیم کرو تو یہ حاصل ہوگا کہ $۲لا - ۳ = ۴$

اسکو $لا + ۴ = ۱۳$ کی یہ قیمتیں حاصل ہونگیں کہ $لا = ۳$ اور $۲ = ۲$ کی ترکیب دو تولا اور ۲ کی یہ قیمتیں حاصل ہونگیں کہ $لا = ۳$ اور $۲ = ۲$

صورت ہفتم

فرض کرو کہ مساواتیں اس شکل کی ہوں کہ

$$۱لا + ۲ب + ۳ج = ۵۰$$

ہر ایک مساوات کو حاصل ضرب $لا$ سے تقسیم کرو اور $لا$ اور ۲ کے متکافیات ۱ اور ۲ کی واسطے
یہ دو مندرجہ کردہ مساواتیں درجہ اول کی یا درجہ دومین حاصل ہونگیں

$$۱ + ۲ب + ۳ج = ۵۰$$

$$۱ + ۲ب + ۳ج = ۵۰$$

مثال

ان مساواتوں $۵۴لا = ۷لا - ۱۲$ حل کرو

$$۱۱۱لا = ۵لا + ۸$$

$لا$ سے تقسیم کرو اور متکافیات ۱ اور ۲ کے واسطے ۱ اور ۲ لکھو تو یہ حاصل ہوگا کہ

$$۵۴ = ۳لو$$

$$۱۱۱ = ۵لو + ۸$$

اسے یہ حاصل ہوتا ہے کہ $لو = ۱۸$ اور $۱۱ = ۱۱$ جواب $لا = ۱۸$

صورت ہفتم

فرض کرو کہ مساواتیں اس شکل کی ہوں کہ

$$۱لا + ۲ب + ۳ج = ۵۰$$

$$۱لا + ۲ب + ۳ج = ۵۰$$

اگر لایا کے مثال ان مساواتوں میں حد امکان برابر صرف کے ہوں تو ان کی تحویل دو اور اول درجہ
کی مساواتوں کی طرف اس طرح ہو جائیں گی کہ ان کو لایا پر جیسا کہ قضا تقسیم کریں اور متکافی کی واسطے کو مندرجہ کریں

مثال

ان مساواتوں میں ۳ لاء $۵ = ۱۱ + ۴$ کو حل کرو
 رتقیم کرو اور ۵ کے متغی کے جگہ ۵ لاء $۵ = ۱۱ + ۴$ کو توجہ حاصل ہوگا کہ
 $۱۱ = ۳ - ۴$
 $۵ = ۸ - ۱$
 اسے لاء اور ۵ کی قیمتیں ۳ اور ۵ جدا گانہ حاصل ہونگی اور یہ جواب ہوگا کہ $۳ = ۵$ اور $۵ = ۳$

صورت ہشتم

فرض کرو کہ مساواتیں ان شکلوں کی ہوں کہ
 ۱ لاء $۵ + ۳$ لاء $۵ + ۳ = ۵$
 رتقیم کرو اور ۵ کی جگہ کو ۵ لاء $۵ + ۳ = ۵$ کو توجہ حاصل ہونگی کہ
 $۵ - ۱$ لاء $۵ = ۳ + ۵$
 اسے موافق سابق کے مساواتیں درجہ اول کو اور ۵ کی دریافت ہو سکتی ہیں

مثال

ان مساواتوں میں ۳ لاء $۵ = ۱ - ۴$ کو حل کرو
 رتقیم کرو اور ۵ کی جگہ کو ۵ لاء $۵ = ۱ - ۴$ کو توجہ حاصل ہوگا کہ
 $۴ = ۵ - ۱$
 $۴ = ۵ - ۱$
 اول مساوات کا مربع کرو اور دوسری مساوات کے چوڑے کو تفریق کرو توجہ حاصل ہوگا کہ
 $۴ = ۵ - ۱$ جواب لاء $۲ = ۵$ اور $۵ = ۲$
 تین مساواتیں جنہیں تین متعادیر مجہول طے ہوں اور بعض انہیں سی درجہ دوم کی ہوں
 انکو خاص صورتیں تبدیل اول درجہ کی بنواد مساواتوں کی طرف ہو سکتی ہیں
 اس بات کی توضیح اور تشریح مثالوں سے کرتے ہیں

مثالیں

ان مساواتوں کو
 $۴ = ۳ + ۱$ $۳ = ۲ + ۱$ کو حل کرو

دوسری مساوات کو اس طرح لکھ سکتے ہیں کہ
 $۶ = ۳ + ۳$

لہ (۳ + ۳) = ۶

اگر ہم $۳ + ۳ = ۶$ کو فرض کریں تو اول دو مساواتیں اس شکل کی ہو جائی گی کہ

(۳ - ۳) = ۰

۱۲ ± ۱۲

اول مثال میں علامت منفی کا استعمال کرو اور مساوات لا - لا = ۰ کو لا + لا = ۰ کے متساوی

شامل کرو تو یہ حاصل ہو گا کہ لا = ۱ اور لا = ۳ اول مساوات میں لا کی قیمت مندرجہ کرو

اور حاصل کو تیسری مساوات کے ساتھ شامل کرو تو یہ حاصل ہو گا کہ

$۳ + ۳ = ۶$

۶ = ۶

اول مساوات کا مربع کیا اور مربع میں ۳ گنا دوسری مساوات کا فرق کیا اور جذریا تو یہ حاصل ہو گا کہ

$۳ - ۳ = ۰$

اب یہاں پر علامت منفی کو منتخب کریں تو یہ دو مساواتیں درجہ اول اور دوسری کی حاصل ہونگی یعنی

$۳ - ۳ = ۰$

$۳ + ۳ = ۶$

۳ = ۳

اسے ظاہر ہوتا ہے کہ ۳ = ۳ اور ۳ = ۳

اگر ہم مثبت علامت لیں تو یہ حاصل ہو گا کہ

$۳ = ۳$ اور $۳ = ۳$

۳ = ۳

۳ = ۳

اگر اول صورت ± میں ہم + منتخب کرتے تو ایک ناممکن صورت واقع ہوتی ہے

$۳ - ۳ = ۰$

اسوٹے ہم فی علامت کو نہیں اختیار کیا

(۲) ان مساواتوں کو
 $۳ = ۲ + ۱$ $۳ = ۲ + ۱$ کو حل کرو

۴ = ۳ + ۱

۱۰ = (۳ + ۳)

فرض کرو کہ $۳ + ۳ = ۶$ اور

$$۲ = ۵ + ۷$$

$$۱۰ = ۲ + ۸$$

جسے معلوم ہوتا ہے کہ $۵ = ۲$ اور $۷ = ۵$ اول مساوات میں ۱۰ کی قیمت مندرجہ کرنے سے ہوگا کہ

$$۲۶ = ۲ + ۳ + ۵$$

اب یہ مساوات موافق صورت سوم حل ہو سکتی ہے صفحہ ۱۴۷ دیکھو دوسری مساوات کی برج کا تیسرا گنا اول مساوات کے ۱۰ گنی سے تفریق کرو تو یہ حاصل ہوگا کہ

$$۱۰۸۹ = (۱۳ - ۵)$$

اب جذر نکالنے سے اور علامت غلطی اختیار کرنے سے

$$۳۳ = ۵ - ۱۳$$

اوسط $۵ = ۱$ اور $۳ = ۳$ اگر ہم مثبت علامت اختیار کریں تو

$$۳۳ = ۵ - ۱۳$$

$$۵ = ۲ + ۳$$

$$۹ = ۱۴$$

$$۱۸ = ۲ + ۱۶$$

$$۳۶ = ۱۸ + ۱۸$$

$$۱۸ = ۳$$

اول مساوات پر دو چند مجموعہ دوم و سوم کا زیادہ کرو تو یہ حاصل ہوگا کہ

$$۱۴۹ = ۲ + ۳ + ۵ + ۷ + ۱۰$$

ہر ایک طرف کا جذر نکالو تو اس مساوات اور فرض مساوات اول میں سی دوسری مساوات سی اگر $۵ = ۲$ کی فرض کریں

$$۱۳ = ۲ + ۵$$

$$۳۶ = ۱۳ + ۲۳$$

اول کا مجذور کیا اور دوسری کو چید کیا اور دونوں حاصلوں کو تفریق کیا تو یہ حاصل ہوگا کہ

$$۵ = ۲ + ۳$$

$$۹ = ۲ + ۷$$

$$۱۸ = ۵ + ۱۳$$

اسے معلوم ہوتا ہے کہ ۵ = ۳ اور ی = ۶ جواب لہ = ۲ و ۳ = ۳ دی = ۶

(۴) ان مساواتوں لہ + ۲ + ی = ۱۱۰

لہ + ۳ + ی = ۱۸

ی = ۳

تیسری مساوات کے دو چند کو اول مساوات پر زیادہ کرو تو یہ حاصل ہوگا کہ

لہ + (۳ + ی) = ۱۷۰

فرض کرو کہ ۳ + ی = تو یہ حاصل ہوگا کہ

لہ + لہ = ۱۷۰

دوسرے کا مربع کیا اور اول کو تفریق کیا تو

اول سے اسکو تفریق کیا اور جذر لیا تو

لہ = ۴

لہ = ۱۸

لیکن

اسو لہ = ۷ اور لہ = ۱۱ اور چونکہ لہ = ۳ + ی تو یہ حاصل ہوتا ہے کہ

۳ + ی = ۱۱

ی = ۸

۵ = ۵

جسے معلوم ہوتا ہے کہ ۵ = ۶ اور ی = ۵

جواب لہ = ۲ و ۳ = ۳ دی = ۵

(۵) ان مساواتوں کو ی = لہ

ی = لہ

ی = لہ

ی = لہ

ی = لہ

ی = لہ

ی = لہ

ی = لہ

ی = لہ

ی = لہ

ی = لہ

ی = لہ

ی = لہ

ی = لہ

ی = لہ

ی = لہ

ی = لہ

ی = لہ

امثلہ مشق ۴

(۱) لہ - ۲ = ۴۰

(۲) لہ - ۳ = ۱۰۲

لہ + ۳ = ۲۰

لہ - ۳ = ۳

سوالات

دو یا زیادہ مچھول کی مساواتوں کی استغانت ہی جو سوالات حل ہونے میں اونکی مثالیں لکھی جاتی ہیں
سوالات آگے لکھے جاتے ہیں اس امر کی توضیح ہوتی ہے کہ کس طرح سوالات اول درجہ
مساوات دو یا زیادہ متقادیر مچھول کی مساواتوں کے ذریعہ سی حل ہوتی ہیں

مثالیں

(۱) ایک آدمی نے اپنا قرض ۲۰ پونڈ شلنگ پنس کا بھ سکون میں ادا کیا اور اس میں
سورن اور پانے کرون تھے تو بتاؤ ہر ایک سکے کی تعداد کیا تھی
فرض کرو کہ سورن کی تعداد = ۵ اور پانے کرون = ۷ تو اس سے کس سے کل تعداد سکون کی
اور اگر قرض نقدی کی شلنگ ۱۰۰ تھیں تو ۷۰۰ = ۳۰ حاصل ہونگے اسلئے

$$۲۰ + ۲ = ۷ = ۷۰۰$$

یا ۲۰ + ۲ = ۷ = ۸۱۵
اس مساوات کو اول مساوات کی ساتھ ترکیب دو تولد = ۱۱۹ اور ۷ = ۱۱ کی حاصل
اسلئے جواب ۱۹ سورن اور ۱۱ پانے کرون ہوا

(۲) ایک عدد دو ہندسوں کا ہے جس کا مجموعہ ۱۰ اور اگر ۳۴ اس سے زیادہ کریں تو ہندسے
تخلوب یعنی الٹی ہو جاتی ہیں اس عدد کو دریافت کرو
فرض کرو کہ اول ہندسہ ۵ اور دوسرا ہندسہ ۵ ہی تو موجب اول شرط کے

$$\begin{aligned} ۱۰ &= ۵ + ۵ \\ ۱۰ + ۳۴ &= ۴۴ = ۵۰ + ۱۰ = ۱۰ + ۵ \\ ۴۴ &= ۵۰ \end{aligned}$$

اسے پہچان لیا جاتا ہے

ان دو مساواتوں سے یہہ حاصل ہوتا ہے کہ ۵ = ۳ اور ۷ = ۷ جواب ۳۷
(۳) ایک عدد میں تین ہندسی ہیں اطراف کے ہندسوں کا مجموعہ ۱۰ ہے کیا یہ
ہندسہ ۳۷ ہے اور خود عدد ہندسوں ۳۷ گنی مجموعہ کے بقدر ۸ کے زیادہ ہے اور اگر
ہندسہ کا دوجہ اول ہندسہ پر زیادہ کیا گیا ہے چند رقم متوسط سے اس عدد کو درکار

اول اور آخر شرطوں کے

$$۸ = ۵ + ی$$

$$۰ = ۳ + ۲ی$$

اور دوسری شرط کے موافق

$$۱۰۰ = ۱۰ + ۵ + ی$$

$$۲۲ = ۲۲ + ۵ + ی$$

پس لا اور ۵ اور ی ان مساواتوں سے حاصل ہوتی ہیں کہ

$$۸ = ۵ + ی$$

$$۰ = ۳ + ۲ی$$

$$۵۶ = ۳۲ + ۲۴ + ی$$

اگر اس صورت میں یہی ترکیب مضروب فیہ اختیاری کی اختیار کریں تو اس طرح عمل ہوگا کہ اول مساوات کو

م میں اور دوسری کو ن میں ضرب دیں اور جمع کریں تو یہ پیدا ہوگا کہ

$$(۸ + ۵ + ی) - (۵۶ + ۳۲ + ۲۴ + ی) = ۸ + ۵ + ی - ۵۶ - ۳۲ - ۲۴ - ی$$

۵ اور ی کو ساٹھا کر کے اس کی مثال کو برابر صفر کے لکھو تو دوسرا تین دو چھوٹا م اور ن کی یہ حاصل ہوگی کہ

$$۰ = ۳۲ + ۳۲ + ۳۲ + م$$

$$۰ = ۲۳ - ۵۶ - ۲۴ + ن$$

م اور ن کی قیمت دریافت کر نکلے واسطے دوسری مساوات کو اول مساوات میں کے تفریق کر دو تو

$$۰ = ۷۷ - ۵۶ - ۲۴ + ن$$

اسوے ن = ۷۷ - ۷۷ اور اس قیمت کو دوسری مساوات میں درج کرنی ہی م = ۱۹ کے

فقطا ہی ان قیمتوں کو اس مساوات میں کر باقی رہی ہی

$$۸ + ۵ + ی = ۵۶ + ۳۲ + ۲۴ + م + ن$$

میں کچھ م میں لائیں تو لگے ۹ کے حاصل ہوگا

لا کی اس قیمت کو اول دو مساواتوں میں مندرج کر دو تو یہ حاصل ہوگا کہ

$$۹ = ۳ - ۵ + ی$$

$$۱ = ی - ۵$$

اسے قیمتیں داری کی ۷ اور ۵ معلوم ہوتی ہیں اسلئے جواب ۹ ۷ ۵ ہی

(۴) ایک سرمایہ اس قدر تھا کہ آٹھ سال کے عرصہ میں سود مفرد کے حساب سے اس کی

۶۸۶ روپیہ ہو گئی اگر شرح سود کی فیصدی ایک روپیہ زیادہ ہوتی تو پانچ برس میں

۴۰.۵۱ روپیہ ۴ پر او سکی کو بتاؤ شرح سود اور سرمایہ کیا ہی

فرض کرو کہ لا سرمایہ ہو اور شرح سود ہو تو بموجب شرط اول کے

$$۶۴۸۶ = \frac{۱۰۰}{۱.۰۰} + لا$$

اور بموجب دوسری شرط کے

$$۶۴۸۶ = \frac{۱۰۰}{۱.۰۰} + لا (۱ + ۰.۰۱)$$

اگر ان مساواتوں کی تحویل کریں تو او سکی یہ صورت ہوگی کہ

$$۶۴۸۶۰۰ = ۱۰۰ + لا ۸$$

$$۶۰۵۱۲۵ = لا ۵$$

چونکہ ان مساواتوں میں حاصل ضرب لا مطلق ہی اسلئے وہ درجہ دوم کی مساواتیں ہونگی باوجود

اسکے وہ اول درجہ کی مساواتوں میں بموجب صورت ہفتم صفحہ ۱۴۲ کے حل ہوتی ہیں

برساوات کو لا تقسیم کرو اور لا کی مشکافی کی جگہ لو کو رکھو تو

$$۱۰۰ = ۵۸ - لو ۶۴۸۶۰۰$$

$$۱۰۵ = ۵۵ - لو ۶۰۵۱۲۵$$

جسے یہ حاصل ہوتا ہے کہ لو = $\frac{۱۰۰}{۵۸}$

$$۴۰۰۰ = جواب سرمایہ$$

$$۴ = شرح سود$$

مثلاً مشق ۴

(۱) دو عدد ایسی دریافت کرو کہ مجموعہ اونکا ۱۲۰ ہو اور فرق اونکا ۳۴ ہو

(۲) دو عدد ایسی دریافت کرو کہ اول کا دو چند دوسرے کے بقدر ۵ کے زیادہ ہو اور اگر

دوسری کا دو چند اول پر زیادہ کیا جائے تو مجموعہ ۲۵ ہو

(۳) دو اعداد ایسی دریافت کرو کہ اوں کا مجموعہ ۲۴ ہو اور اگر اول کا چہند دوسرے کے

چہند پر زیادہ کیا جائے تو مجموعہ ۹۳ ہوگا

(۴) تین عدد ایسی دریافت کرو کہ اونکا مجموعہ ۲۲ ہو اور مجموعہ اول اور تیسرے کا دوسرے کے

دو چند سے بقدر ایک کے بڑا ہو اور اول کا چار چند اور دوسرے کا چہند اور تیسرے

کا دو چند ملکر برابر ۶۹ کے ہو

(۵) تین عدد متساوی الفرق ایسی دریافت کرو کہ سچے عدد کا چہ گن باقی دو کے مجموعہ سے

بقدر ۲۲ کے زیادہ ہو اور مجموعہ اول اور دوم کے دو چند اور سوم کے چہند کا برابر ۳۱ کی ہو

(۶) ایسی دو عدد معلوم کرو کہ اول کا دو چند اور دوم کا خند ملکر برابر ۸ کی ہو اور دوم کا دو چند اول کے پچگنی سے تفریق کیا جائے تو باقی زمین

(۷) دو اعداد ایسی ہوں کہ ان کا فرق ۳۴ سی بقدر ۸ کے چھوٹا ہی اور ان کا مجموعہ اسی عدد سے بقدر ان کی اوسط قیمت کے زیادہ ہی

(۸) ۵۴۹ کو ایسی دو حصوں میں تقسیم کرو کہ ایک حصہ کے پانچویں حصہ ردوسے کا سا تو ان حصہ زیادہ کیڑو تو ۹۹ کے برابر ہو اور دوسرے کا دو چند اول سی بقدر ۸ کے زیادہ ہو

(۹) کچھ جمع نقدی کی پانچ آدمیوں ۱۰ ب دس دس دس دس میں تقسیم ہوئی جن میں سے ہر ایک کو دس روپے کم لے سے اور س کو ۱۹ روپے زیادہ بھی اور دس کو ۵ روپے کم س سی اور سی کو ۵ روپے زیادہ دے لے اور دس روپی کے حصے ملکر کل مجموعہ سے آدھی ہیں تو ہر ایک حصہ اور کل حصہ دراصل

(۱۰) تین عدد ایسی دریافت کرو کہ اول اور دوم کا مجموعہ ۵ ہو اور اول اور تیسری کا مجموعہ ۱۹ ہو اور دوم اور سوم کا مجموعہ ۷ ہو

(۱۱) ایسی تین اعداد دریافت کرو کہ اول اور دوم کا مجموعہ ۵۹ ہو اور اول اور سوم کا ۲۲۱ ہو اور دوم اور سوم کا ۲۵۵ ہو

(۱۲) ایک قرض ۷ پونڈ کا تھیلر اور پانچ فرینک کے سکون میں ادا کیا گیا تو بتاؤ کتنے سکے تھے جنکی تعداد ۸۴ تھی

(۲۰ تھیلر = ۳ پونڈ ۲۵ فرینک = ۱ پونڈ)

(۱۳) ایک غریب الوطن نے انگریز کا قرض ۵ پونڈ کا تھیلر اور فلورن اور فرینک میں ادا کیا اور ایک شلنگ بھی لیا جب انگریز نے ان سکون کو گنا تو معلوم ہوا کہ تعداد فلورن کی تھیلر کی تعداد سے اتنی زیادہ تھی جتنی کہ وہ فرینک کی تعداد سی چھوٹی تھی اور کل تعداد سکون ۲۳۴ کے تھے تو بتاؤ کتنے ہر ایک کے باقی

(۱۲ فلورن = ۱ پونڈ)

(۱۴) ایک عدد تین ہندسوں کا ہی اور کتا مجموعہ ۹ ہی اور جو عدد کہ اول دو ہندسوں کے بنا ہی اور سکا آٹھواں حصہ آخر ہندسہ ہی اور جو آخر دو ہندسوں کے عدد بنا ہی اور سکا

آٹھواں حصہ اول ہندسہ ہی اور س عدد کو دریافت کرو
(۱۵) ایک گدہ ہی اور خرچہ لوی ہوئی چلے گدہ ہی نے خرچہ سے کہا کہ کیوں بوجھ ہی مری

ایک من بوجہ اپنا بھی دیکے تو میرا بوجہ تیری بوجہ سے دو گنا ہو جائیگا مگر فی کہا کہ تو اپنا ایک من بچے
دیکے میرا تیرا بوجہ برابر ہو جائیگا تو بتاؤ کہ ہر ایک پر کتنا بوجہ لگایا ہوا تھا

(۱۶) ایک فرد اس شرط سے ۳۰ دن کے لگایا گیا کہ جس روز کام کرے گا اس روز ۵ روپے پائی جائیگا
اور جس روز غیر حاضر رہے گا تو وہ پائی حرام نہ لیا جائیگا آخر روز اسکو کل مزدوری کے ۵ روپے ۵۰ روپے
ملے تو بتاؤ کتنے دن اسے کام کیا اور کتنے دن غیر حاضر رہا

(۱۷) ایک کسان نے ۳۰ روپے بوریہ جانول کے اور ۳۰ روپے گیہوں کے ۱۶ روپے ۱۲ کو خریدی اور دو روپے
کے ساتھ اسی بھاؤ سے ۵۰ روپے جانول کے اور ۳۰ روپے گیہوں کے بیچے اور ۲۱ روپے ۳۰ روپے
ساتھ لگے تو بتاؤ کس بھاؤ سے جانول اور گیہوں بچے

(۱۸) ایک لڑکے نے اپنے باپ سے پوچھا کہ کیا عمری باپ نے جواب دیا کہ سات برس پہلی میری تھی
عمر سے چوگنی تھی اگر ہم اور سات برس تک زندہ رہی تو میری عمر تیری عمر سے دو چھڑ ہوگی
تو باپ اور بیٹے کی عمریں کیا ہیں

(۱۹) ایک امتحان میں ۱۱ امیدوار تھے جن میں سے بعض پاس ہو گئے بعض واپس بھیجے بعض بالکل
ناکامیاب ہوئے اگر ایک ناکامیاب ہوتا اور ایک کم پاس ہوتا تو تعداد باقی شدہ کی دو چھڑ واپس
شدہ سے اور چھپنی ناکامیاب امیدواروں کی تعداد سی ہوتی ہی تو بتاؤ ہر قسم کے کتنے امیدوار
(۲۰) ایک آدمی اپنے چار ملازمین میں دولت تقسیم ہونیکے لئے چھوڑا اول خدمتگار کو
نصف روپیہ باقی تین خدمتگاروں کے حصوں کے مجموعہ سے ملا اور دوسرے کو باقی تین کے حصوں
کی ایک تہائی اور تیسری کو باقی تین کے حصوں کی چوتھائی تین اول کو ۱۲ روپیہ ۱۲
آخر ملازم کے لئے تو بتاؤ ہر ایک کو کیا ملا

(۲۱) دو عددوں میں نسبت ۳ : ۵ کی سی اگر اول پر زیادہ کیا جائی اور دوسرے سے نفرتی
کیا جائی تو نسبت معلوم ہو جاتی ہی ان اعداد کو بتاؤ

(۲۲) دو عدد میں ہر ایک میں تین ہندسی ہیں اور انکا مجموعہ ایک ہزار سی بقدر ایک کے کم ہے

اگر یہ دو عدد علامت مشترک ہوں اس طرح جدا کئے جائیں گے پہلے اول ایک عدد لکھیں اور پھر دوسرے
عدد کو اول لکھیں تو حاصلون میں نسبت ۱:۶ کی ہے اور ان اعداد کو دریافت کرو

(۲۳) تین عدد ایسی دریافت کرو کہ اول عدد کا نصف اور دوسرے عدد کی ایک تہائی اور تیسرے
کی ایک چوتھائی ملکر برابر ۲۷ کے ہوں اور اول کی تہائی اور دوسرے کی چوتھائی اور تیسرے کا
ایک پانچواں حصہ ملکر برابر ۴۷ کے ہوں اور اول کی ایک چوتھائی اور دوسرے کا پانچواں حصہ
اور تیسرے کا ایک چھٹا حصہ ملکر برابر ۳۸ کے ہوں

(۲۴) ایک شخص اس وقت گئے تھے ہر ایک میں کچھ گئی ہر سو تہا ایک کسی دوسرے کے میں ستر
گئی اور تیس جتنا کہ او سمین پہلی تے تھا اور پھر دوسرے کے پہلے کے میں اتنا گئی اٹھ جتنا کہ
او سمین بہر سو تہا اور پھر پہلے کے سی دوسرے کے کچھ اتنا گئی ڈال جتنا کہ او سمین بالفضل گئی
بہر سو تہا اب ۸۰ ڈھری گئی ہر ایک کے میں تھا تو بتاؤ اصل میں او سمین کس قدر گئی تھا
(۲۵) مدرسہ میں تین لڑکے مومن سوہن راجہ جبر تھا کہ سیکھتے تھے وہ اپنی گولیوں کے باب
میں اس طرح گفتگو کرنی لگی کہ مومن بولد کہ جاری گولیوں کی تعداد کے مربعی ملکر برابر ۶۹ ہے میں
اور سوہن کہنے لگا کہ میری اور رادما کی گولیاں ملکر اتنی گئی کچھ میں جتنی کہ تیری پاس گولیاں
میں تو یہ ۵۴ ہوں اور اگر فقط میری ہی گولیاں اتنی گئی کچھ میں جتنی کہ گولیاں رادما کی پاس
میں تو یہ ۱۸۰ ہوں تو بتاؤ ہر ایک کے پاس کتنی کتنی گولیاں تھیں

(۲۶) ۹۰ کو ایسی چار حصوں میں تقسیم کرو کہ اگر اول پرہ زیادہ اور دوسرے ۴ کم اور تیسے کو

۳ منہ اور چوتھی کو ۲ پر تقسیم کریں تو حاصل ہر صورت میں ایک ہی ہو

(۲۷) چار عدد ایسی دریافت کرو کہ اول مع نصف دوم کی ۳۵ ہو اور دوم مع تہائی
سوم کی ۴۷ ہو اور سوم مع ایک چوتھائی چہارم کی ۵۹ ہو اور چوتھا مع پانچواں اول کے

برابر ۱۴۷ کے ہو
(۲۸) ۱۰۰ کو ایسی دو حصوں میں تقسیم کرو کہ اول کا نصف برابر ۲۱۰ کے ہو

(۲۹) ۱۰۰ کو ایسی دو حصوں میں تقسیم کرو کہ اولیٰ مربعے کا برابر ۱۵۵ ہو اور اولیٰ کا حاصل ضرب برابر ۱۲۸ کے ہو

(۳۰) ۳۶۵ کو ایسی دو حصوں میں تقسیم کرو کہ اولیٰ مربعوں کا مجموعہ ۱۱۹۰ ہو

(۳۱) تین اعداد تناسب متواتر ہیں اور ان کا مجموعہ ۳۸ ہے اور مجموعہ اول کے مربعوں کا ۳۲ ہے اور اول کو دریا

(۳۲) و زب سے کہا کہ اگر تم اپنے رویہ کی تین چوتھائی دید تو میری پاس ۱۰۰ روپیہ ہوں بانی کہا کہ میں نہیں دوں گا اگر تم اپنی آدمی رویہ دید تو میری پاس ۱۰۰ روپیہ ہو جائیں تو تیار واپس کتنا روپیہ اور بانی پاس کتنا روپیہ

(۳۳) ایک راسی دریافت کرو کہ اولیٰ شمار کنندہ اور سب نام کا حاصل ضرب ۸۰ ہو اور اگر

شمار کنندہ اور سب نام میں سے ہر ایک پر ازادہ کریں تو اولیٰ قیمت دو چند ہو جائے

(۳۴) ایک راسی دریافت کرو کہ اولیٰ شمار کنندہ کے چنگنی پر سب نامی دو چند کو زیادہ کریں تو وہ برابر

اولیٰ دو چند حاصل ضرب کے ہو اور اگر سب نام اور شمار کنندہ میں سے ہر ایک پر ازادہ کریں تو سب کی قیمت دو چند ہو جائے

(۳۵) ایک عدد دو ہندسوں کا ہے جن کا مجموعہ ۱۲ ہے اب اگر ہندسوں کو متغلوب یا ترتیب کے ساتھ عدد بنائیں تو وہ

پہلے عدد بقدر ۳۶ کے کم ہو اور اس عدد کو دریافت کرو

(۳۶) دو مسافر سفر کو چلے ایک مسافر پاس ۱۰۰ روپیہ دوسرے مسافر کے پاس ۴۸ روپیہ تھے رستے

میں چوروں کے مٹ بیٹھ گئے اور انہوں نے پہلے مسافر سے دو چند بنیت دوسرے مسافر کے روپیہ لیا

اور اب اول مسافر پاس جو باقی راہ دوسرے مسافر کے زرباقماندہ سے چند تھا تو تیار ہر ایک

مسافر کا کتنا روپیہ چوری گیا

(۳۷) ایک شخص کو ۸۰ روپیہ ۱۴ کا قرض اور دوسرے کو ۳۵ روپیہ ۱۰ کا قرض دینا تھا اور کوئی اور

اپنے قرض کے ادا کرنے کے قابل نہ تھا پہلا دوسرے سے کہنے لگا کہ تم اپنے رویہ کی ایک تہائی دیدو

تو میں اپنی قرض کو بالکل ادا کر دوں دوسرے نے جواب دیا کہ اگر تم اپنے رویہ کا پانچواں حصہ دیدو تو

میں اپنا قرض بالکل ادا کر دوں تو تیار ہر ایک پاس کتنا روپیہ تھا

(۳۸) ایک شخص نے اپنی نقدی کی جمع کو چھ سال تک مفرد سود پر چلایا اور اس کو بڑا کر

۱۵۶
 ۹۱۰ روپیہ کر لئے اگر پہلی جمع سی دو چاند جمع سود پر تین پیرس تک چلا گئے ہوتی اور سود ایک پیر
 سیکڑہ کم لیا جاتا تو ۶۸ روپیہ ہو جاتے تو جمع اور شرح سود دریافت کرو
 (۳۹) ایک شخص نے ۸۰۰ روپیہ قرض لیکر ۲۳۰۰ روپیہ قرض دے اور اس سے ۹۰۵ روپیہ ایک
 سال میں سود کے حاصل کر لئے اور پر اسی شرح سود پر اس نے ۹۴۰۰ روپیہ قرض لئے اور
 ۷۰۰ روپیہ قرض دے اور اس طرح معاملہ کرنے سے ۵۳۹ روپیہ ۸ سرفائدہ کی حاصل ہو تو بتاؤ
 کس شرح سود پر وہ قرض لیتا ہی اور قرض دیتا ہی

(۴۰) ایک میوہ فروش کچھ رنگترے اور سیب ۱۹ پائی کو بیچا ہی اور سیبوں کی تعداد رنگتروں کی
 تعداد سی بقدر ۸۰ کے زیادہ ہی اور سیب ۳ پائی کے پانچ پانچ بیچے اور ۵ رنگتروں کے بیچے میں اس کو
 ۱۱ پائی کا فائدہ زیادہ نسبت ۵ سیبوں کے بیچنے کی حاصل ہوا تو بتاؤ سیب اور رنگتری کتنے کتنے
 ہیں اور رنگتروں کی قیمت کیا ہے

(۴۱) دو ہنڈویاں ہیں ایک میں چبہ مہنی کی مٹی اور دوسری کی تین مہنی کی مٹی ہے دونوں کی کٹوتی
 ۴ روپیہ سیکڑہ کی ہوئی اور کٹوتی ایک ہنڈوی کی بد نسبت دوسری ہنڈوی کے کٹوتی کی بقدر
 ۳ روپیہ کے زیادہ ہی اور کل ۲۹ روپیہ ۱۲ آنہ حاصل ہوئی ہیں تو بتاؤ ہنڈویاں کتنی کتنی روپیہ کے ہیں
 (۴۲) ایک بزار نے تین قسم کے کپڑے خریدے وہ سب ملکر ۲ گز تہ ایک کپڑا ۹ گز اور دوسرا
 ۱۱ پائی گز اور تیسرا ۱۳ پائی گز خریدا اور کل ۱۸ روپیہ ۹ کا ہوا اور اس نے سب مہنے کپڑے

کے واسطے ۱۸ روپیہ ۱۲ آنہ زیادہ نسبت باقی دو کپڑوں کی قیمت کے دیئے تو بتاؤ ہر ایک قسم کا کپڑا کتنا
 (۴۳) ایک سوداگر نے قہرہ ۸۰ شلنگ فی ہنڈیڈ ویٹ کے حساب سے خریدا اور نقد قیمت
 فیصدی کٹوتی کو اگر دیئے کچھ قہرہ بگڑا ہوا تھا اس کی قیمت ۵۰ شلنگ فی ہنڈیڈ ویٹ دیئے
 اور کل قیمت کے ۲۰ پونڈ ۱۲ شلنگ دیئے اچھا قہرہ ۱۰ فیصدی اصل قیمت پر لیکر بیچا اور کٹوتی کو حساب
 میں نہیں لگایا اور پھر قہرہ ۵ فیصدی نفع سے بیچا اور کل اس طرح بیچنے سے ۸ پونڈ ۱۰ شلنگ نفع کے
 حاصل کئے تو بتاؤ ہر ایک قسم کا قہرہ کتنا کتنا تھا

(۴۳) تین آدمی اور دس جو کہلینے پہلے اور جب کہل چکی تو یہ معلوم ہوا کہ ہر ایک پاس روپے برابر ہے اور جب انہوں نے کہلنا شروع کیا تھا تو واپس ۵ روپے ۲۸ کم کر دیتا ہے اور اس کے روپوں کے تہی لیکن وہ ۲۶ روپے ۸ مار گیا اور اسے ۳۳ روپے ۶ اور ۳ روپے ۴ جیتے تو تباؤ ہر ایک شخص نے کتنے روپے سے کہلنا شروع کیا تھا اور جس وقت کہل چکے تو ہر ایک کی واپس کیا تھا (۴۵) ایک سطل کی کثرت ایک ایک رقبہ کا ہے اور اس کا مجموعہ اضلاع ۳۳۲ گز ہے تو تباؤ ہر ایک ضلع میں کتنے گز میں

(۴۶) ایک کشتی دو دور سے کیلکس میں دو گنٹہ کے اندر پہنچتی ہے اور اس وقت دقت ہوا تھا تہی تو وہ ۶ میل ایک گنٹہ جانے کی چال سے کم چلی اور جب وہ آدھی دور چلی تہی تو ہوا بدلی اور چال چلی کی ۲ میل بڑھ گئے اور اس چال کے بڑھ جانے سے ۶ : ۷ کے نسبت سے پہلے پہنچنے کی چال کشتی کی تباؤ اور دور اور کیلاس کے درمیان فاصلہ تباؤ

(۴۷) ایک صندوق کا قطر ۱۲۵ انچ کا ہے اور تختہ کا رقبہ ۲۵۰۰ مربع انچ کا ہے اور زمین پر متصل کناروں کا مجموعہ ۲۱۵ انچ ہے تو ان میں ضلعوں کا طول دریافت کرو (۴۸) ایک طرف میں مختلف دایوں کے پر ہوتا ہے اول اور دوم ۳۳ ۱/۲ منٹ میں اور اول اور تیسرے ۳۶ منٹ میں اور دوسرے اور تیسرے ۴۰ ۱/۲ منٹ میں تو تباؤ ہر ایک دایہ سے علیحدہ علیحدہ کتنی دیر میں پر ہوگا اور تینوں سے مل کر کتنی دیر میں پر ہوگا

(۴۹) تین امیدواروں میں سے ایک کے انتخاب کرنے کے واسطے ایک جلسہ منعقد ہوا اور یہ شرط پڑی کہ ہر شخص کے انتخاب کے واسطے نصف ارکان مجلس سے زیادہ ارکان کی رائی ہو ورنہ نہیں امیدوار کے واسطے اجتماع رایوں کا نہ ہوا لگیا اس کے حق میں رائیں بہت دوسرے شخص کے زیادہ دی گئیں لیکن فرض کرو کہ تیسرے شخص کے حق میں رائیں دوسرے شخص کی رایوں کے تین دسویں کی برابر تھیں بدل جاتیں اور ان میں سے ایک چھڑی رائی دینے والے پہلی شخص کے حق میں لگتی تو تو فقط پہلی شخص منتخب ہوتا تو تباؤ ہر ایک امیدوار کے حق میں کتنی رائی دی گئیں

(۵۰) ۵۰ بہترین ۱۲ گالین ۲۳۳ روپیہ کی خریدیں ب فی بی اسیتڈ روپیہ کی ۹۶

بہترین ۱۲ گالین خریدیں اور بہترین کی قیمت ۵ روپیہ فیصدی اور بیل کی قیمت ۲۰ فیصدی کم نسبت
ا کے دیے تو بتاؤ ان خریدنے والوں کی کتنی بہترین اور کتنی گالین خریدیں

(۵۱) ایک علم ۴۰ گرنے کے فاصلہ پر ایک جگہ سے کھڑا ہوا تھا اس جگہ سے اوس علم تک کی جانے
کی اور ب نے دوڑ کی اور پہنچنے پر دفعہ ب سی ۴۰ گرنے کے فاصلہ پر علم سے ملا اور ملنے جگہ پر ایک گنٹ پستیر
ب سے پہنچا تو بتاؤ یہ کتنا فاصلہ طے کیا

(۵۲) ایک کمرہ سی دیافت کرو کہ اگر اوسکی شمار کنندہ اور ب نہامیں سے ہر ایک پر ایک زیادہ
تو اوسکی قیمت ۱۰ ہو جائے اور اگر ایک کم کریں تو قیمت اوسکی ۱۰ ہو جائے

(۵۳) ایک رگڑنے ڈیرہ آنہ کے سیب اور بیر خریدے اور سیب ایک پائی کے چار چار اور بیر پائی کے
پانچ پانچ اور دوسرے رگڑے کے ماتہ اسی بہاؤ سے ادھی سیب اور تہائی بیر بیچا لے اور پانی قیمت میں
تو بتاؤ اوسنے کتنے سیب اور کتنے بیر خریدے

(۵۴) ایک شراب فروشش پاس دو قسم کی شراب تھی اگر وہ ۹ بوتل خراب شراب میں ۷ بوتل اچھی
شراب کی ملائی تو یہ مرکب شراب ۱۴ پائی فی بوتل کی بجائے ہے لیکن اگر وہ ۳ بوتل خراب شراب
کی اور ۷ بوتل اچھی شراب کی ملائی تو وہ ۱۴ پائی کی بوتل بجائے ہی تو ہر ایک قسم کی شراب کی بوتل
کی قیمت کیا کی جائے

(۵۵) ایک سنار کے پاس دو قسم کی کھوٹی چاندی ہی اولی قسم ۱۱ اونس اور دوسری قسم کی
وہ ملا کر گلاتا ہی تو اس مرکب کھوٹی چاندی میں ۶۸ فی مل کھراپ ہوتا ہے اور اگر اولی قسم کی ۱۰
اونس اور دوسری قسم کی ۱۰ اونس گلاتا ہی تو اس مرکب کھوٹی چاندی میں ۶۵ فی مل کھراپ
ہوتا ہی تو بتاؤ ہر ایک قسم کی چاندی کا کھراپ کیا ہی

(۵۶) ایک جہاز خانہ دار کے اوپر ۴۴ میل اور الٹی دھار پر ۴۴ میل ۸ گنٹہ میں چلتا ہی اور ایک
اور جگہ ۵۶ میل دھار پر اور ۹۶ میل الٹی دھار پر ۱۲ گنٹہ میں چلتا ہی ان ہندوؤں کے حساب لگائے

کہ دمار کی رفتار فی گنٹہ کیا ہی اور دفانی جہاز کی چال پھر ہی ہوئی پانی پر کیا ہے

(۵۷) تین قلعی لا اورب اورس ایک شلت کے کوٹوں پر مین اسے س تک ب مین ہی ہو کر فاصلہ ۸۲ میل اورب سے ایک مین ہو کر فاصلہ ۹۴ میل ہے اور س سے ب تک ۱ مین ہو کر ۸۹ میل فاصلہ ہے تو قلعوں کے درمیان فاصلہ دریافت کرو

(۵۸) تین شخص لا اورب اورس ایک بہاؤ سے تفصیل ذیل چیزیں خریدتے ہیں کہ ۱ نم لے پونڈ قہوہ اور ۲ پونڈ شکر اور ۳ پونڈ چای ۱۸ شلنگ اپس کو خریدے اورب فی ۵ پونڈ قہوہ اور ۹ پونڈ شکر اور ۳ پونڈ چار پونڈ ۳ شلنگ اپس کو خریدی اور س ۴ پونڈ قہوہ اور ۱۱ پونڈ شکر اور ۴ پونڈ چار پونڈ ۲ شلنگ اپس کو خریدی تو قیمتیں قہوہ اور شکر اور چار کی فی پونڈ دریافت کرو

(۵۹) پانچ فونیک کے سکے کا قطر ۳۳ مل لی میٹر ہے اور دو فریک کے سکے کا قطر ۲۷ مل لی میٹر ہے اور جب تیس سکوں کو ایک خط مستقیم میں اس طرح رکھو کہ ایک سکے دوسرے سکے کو مس کری تو اس کا طول ایک میٹر ہی تو بتاؤ ہر ایک سکے کتنے ہیں

(۶۰) پانچ ٹوکے ہیں ہر ایک میں کچھ پیسے ہیں مین ایک ٹوکری میں سے اتنے سیب اٹھائی کہ اوپر سے ہر ایک ٹوکری میں اتنی سیب ڈال دیئے جتنے کہ اوپر پہلے سی ہی اور اس طرح دوسرے ٹوکری میں سے اتنے سیب اٹھالے کہ ہر ایک میں اتنی سیب ڈال دیئے جتنے کہ ہر ایک ٹوکری میں ہی اور اوپر ٹوکروں میں سے اس طرح سیب اٹھائی اور ڈالے اور اس ڈالے اور اٹھائی میں سب ٹوکروں کی گرد باقی رہ گئی اور ہر ایک ٹوکری میں اتنی سیب رکھنا گیا جتنی کہ اوپر موجود تھی آخر کار سب ٹوکروں میں ہی ہر ایک میں ۲۳ سیب ہی تو بتاؤ ہر ٹوکری میں اصل میں کتنے سیب تھے

سوالات پر مباحثہ و مناقشہ

بعض عجیب اور بقیاعدہ نتائج سوالات میں واقع ہوتی ہیں اور ہم مباحثہ اور مناقشہ لکھتی ہیں

سوال

ناپ اور پٹی کی عمریں لا اورب برس کی ہیں تو وہ زیادہ تباہ کہ باپ کی عمر چھ چھٹی کی عمر ہی ہو

فرض کرو کہ جواب لاد برس ہوں تو

$$۱ + ل = ۴ = (ب + ل)$$

انتقال اوقسیم سے $ل = \frac{۴-۱}{۳}$

اب اس سوال کی تین صورتیں ہیں جو ۱ اور ب کی قیمتوں پر موقوف ہیں

اولی صورت ۱ کے ۴ ب

دوسری صورت ۱ = ۴ ب

تیسری صورت ۱ > ۴ ب

اولی صورت میں لاکھ قیمت مثبت ہے تو اسے معلوم ہوتا ہے کہ باپ کی عمر بیٹے کی عمر سے چوچند زانہ

آئندہ میں ہوگی مثلاً اگر باپ کی عمر ۵۴ برس کی اور بیٹے کی عمر ۹ برس کی ہو تو جواب

حل کی ۶ سال بعد عمریں مطلوب ہوں گیں باپ ۶۰ برس کا اور بیٹا ۱۵ برس کا ہوگا اور اسے شرط

مطلوب پوری ہوگی

دوسری صورت میں قیمت لاکھ صفر، تو صاف معلوم ہوتا ہے کہ جواب سوال کا یہ ہے کہ باپ

بیٹوں کی عمریں ایسی ہیں

تیسری صورت میں لاکھ قیمت منفی ہی ہے معلوم ہوتا ہے کہ زانہ آئندہ میں باپ کی عمر بیٹے کی

عمر سے چوچند زانہ آئندہ میں نہیں ہوگی لیکر کسی زانہ ماضی میں باپ کی عمر بیٹے کی عمر سے چوچند تھی

یہ بات نیچے کے سوال سی صاف ظاہر معلوم ہوتی ہے کہ

فرض کرو باپ کی عمر ۴ برس اور بیٹے کی عمر ۹ برس کی تو حل سوال کا یہ ہے کہ

اسے یہ معلوم ہوتا ہے کہ اگر ہم سچیلے زانہ چارہاں اور آئندہ زانہ کا خیال کریں تو وہ زانہ معلوم

معلوم ہوتا ہے کہ حسین باپ کی عمر بیٹے کی عمر سے چارچند تھی یعنی جب باپ ۴ برس کا تھا

بیٹا ۹ برس کا تھا

اس سوال میں نتیجہ منفی کا بیان خاطر خواہ ہو گیا زانہ استقبال کی جگہ زانہ ماضی کا خیال کیا گیا

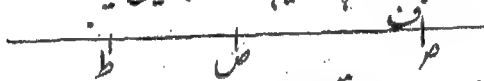
یعنی زانہ بدل دیا گئے یہ سچے بیٹے یعنی سمت بدل دی

اب ہم فاصلہ مشہور سوال پر مباحثہ کرتے ہیں اس سوال اور سوالوں میں ضمیں کہ حرکت

۶۱
 جنہیں کہ حرکت مساوی ہو انہیں ہم یہ طور پر کہ مسافت اور وقت اور رفتار میں ارتباط قائم کریں
 اگر رفتار کا اندازہ اول طور لائی یہاں ہر واحد کے ہر جو وقت کے پیمانہ واحد کے اندازہ کے جاتی ہیں
 تو ظاہر ہے کہ خالص وقت میں جنہیں ایک ہی پیمانہ واحد سی اندازہ ہو کل مسافت برابر حاصل ضرب
 شرح رفتار یا رفتار اور وقت کی ہوگی یعنی

$$\begin{aligned} \text{مسافت} &= \text{رفتار} \times \text{وقت} \\ \text{اسی طرح} \quad \text{وقت} &= \frac{\text{مسافت}}{\text{رفتار}} \\ \text{رفتار} &= \frac{\text{مسافت}}{\text{وقت}} \end{aligned}$$

سوال
 ط اور ص کے مقاموں سے جنہیں ا میل کا فاصلہ تھا وہ فاصلہ ایک ہی سمت ایک ہی وقت روانہ
 ہو ط سے فاصلہ چلا تھا وہ م میل فی گنٹہ چلتا ہی اور ص سے فاصلہ چلا وہ ن میل فی گنٹہ
 چلتا ہی تو بتاؤ ک اور کہاں یہ فاصلہ آپس میں ملینگے



فرض کرو کہ مقام م پر ملاقی ہوئی اور ط = لہ اور ص = م
 اور چلنے سے ملنے تک کے وقت کو م سے تعبیر کرو تو یہ حاصل ہوگا کہ

$$\text{لہ} = \text{م} = \text{و}$$

ان مساواتوں میں دو اور لہ اور م کی یہی متنبط ہوتی ہی
 اول سے دوم کو تفریق کرو کہ

$$\text{لہ} - \text{م} = (\text{م} - \text{ن}) \text{ و}$$

اسی طرح

$$\frac{\text{لہ}}{\text{م} - \text{ن}} = \text{و}$$

$$\frac{\text{لہ}}{\text{م} - \text{ن}} = \text{لہ}$$

$$\frac{\text{لہ}}{\text{م} - \text{ن}} = \text{و}$$

اب سوال کی تین صورتوں پر مباحثہ کرتے ہیں یعنی

$$\text{م} < \text{ن}$$

$$\text{م} = \text{ن}$$

$$\text{م} > \text{ن}$$

چلنے

اول صورت میں قیمتیں لہ اور م اور د کی مثبت ہیں اس لیے ہم نتیجہ نکالتے ہیں کہ ایک خاص وقت کے بعد

اور ایک خاص مقام پر قاصد مل جائیگے اور جلد چلنے والا سب چلنے والی کو بکڑ لگیا
 مثلاً فرض کرو کہ ۱ = ۲ میل اور ۲ = ۱ میل کے اور ۱ برابر میل کے ۲ = ۱ میل
 اور لہ = ۱۸ میل اور ۲ = ۱۵ میل یعنی اول قاصد تین گنٹھ میں ۱۸ میل چلیگا اور سب قاصد کو
 ۵ میل چلا کر لگایا دوسری صورت میں داور اور لہ کی قیمتیں ان تین صورتوں میں یہ ہوگی کہ

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

اب ان نتائج کے معنی کس طرح بیان کرنے چاہئے ؟ اس صورت میں فی نصف یہ بات ظاہری قاصد کہہ رہی ہے
 نہ ملے گی کیونکہ جب وہ ایک ہی وقت چلی اور برابر فاصلے چلتے ہیں تو جو فاصلہ ان کے درمیان اول تھا
 وہی ہمیشہ رہیگا اسکو یوں بیان کرو کہ چلنے کی منتقامات سی فاصلہ غیر متناہی ملی ہوگا
 اس خیال سے ایک بڑا مسئلہ اسلوب تحلیل میں ثابت ہوتا ہے کہ
 اگر نسب نامہ کسی کس کا صف ہو اور شمار کنندہ متناہی ہو تو کس غیر متناہی ہوتی ہے
 اور اس بیان کو اس مساوات سے اس طرح تعبیر کرتے ہیں کہ

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

اس میں غیر متناہی رمز سے تعبیر ہوتا ہے
 یہ ایک سوالیہ مسائل حدود و نمایاں سی تعلق ہے اور اسکو ہم اس طرح بیان کرتے ہیں کہ
 جب کس کی نسب نامہ کی قیمت بی انتہا کم ہوتی ہے تو کس کی قیمت بی انتہا بڑھتی ہے
 تیسری صورت میں لہ اور لہ کی قیمتیں محدود ہیں لیکن منفی میں اس حالت میں سمت قاصد پیچھے تیز قاصد
 اسوٹے اسکو بڑھتا رہے گا جو فاصلہ ان کی درمیان ہے وہ ہمیشہ بجای کم ہونے کا زیادہ ہوتا جاتا ہے اور
 اگر وہ بائیں طرف سے دائیں طرف چلیں گے تو کبھی نہ ملینگے

اس واسطے اس سمت میں صورت سوال کی حل ہونی کی نا ممکن ہو جاتی ہے اب سوال یہ ہے کہ کس طرح ہم
 جو سوال کا حل رمز میں نکال دیں اسکی معنی کس بیان ہو سکتی ہیں ؟ صاف معنی اسکی اس بات
 کے فرض کرنے سے بیان ہو سکتے ہیں کہ

تبدل جبریہ علامت کا = تبدل سمت

اگر اس اصول کو مانیں تو۔ لا اور۔ بروہ فاصلے ہو گئے جو دائیں طرف سے بائیں طرف اندازہ کے مطابق
اس صورت میں تیز قاصد ب سی چلیگا اور سست قاصد کیچے چلے گا لہذا اب اس صورت کی توضیح کے لئے
فرض کرو کہ ۱ = ۳ اور م = ۵ اور ن = ۶

اب دوسری صورت پر یعنی م = ن پر دوبارہ غور کرتے ہیں اور فرض کرتے ہیں کہ ۱ = ۲ تو قیمتیں
و اور لا اور م کی اس کسر کے تعبیر ہو گئیں گی

یہ ایک کسر ہے جس میں شمار کنندہ اور شائبہ نام دونوں معدوم ہو گئے ہیں اب اس کے معنی کیا ہو گئے؟
اب اس کسر کے معنی یہ ہیں کہ اونکی ہر ایک قیمت ہو سکتی ہے کیونکہ قاصد ایک ہی رفتار سے ایک ہی مقام سے
چلے ہیں اس لئے وہ ہمیشہ جتنی ہی رہیں گے اور ہر مقام پر ایک ہی جگہ دو نو ہو گئے یا یوں بیان کرو کہ حل اس
سوال کا غیر المعین ہے

اب اون سوالات پر مباحثہ کرتے ہیں کہ جن میں کام کا اور کارگروں کا جو یکساں کام کرتے ہیں یا نہ ہوں
یہ بات نہایت آسان ہے کہ کام جو ایک خاص وقت ہر چکی او سمین اور وقت میں کام کی پیمانہ واحد
میں یا جو کام وقت کے پیمانہ واحد میں کیا جا غرض ان سب میں ایک ارتباط قائم کیا جائی رہی ظاہر ہے
بات ہی کہ کل کام برابر ہی حاصل ضرب وقت اور پیمانہ واحد کام کے اس کو ان سوالوں سے تعبیر کرتے ہیں
کام کیا گیا = پیمانہ واحد کام x وقت
کام کیا گیا کسی پیمانہ واحد وقت میں = $\frac{\text{کام کیا ہوا}}{\text{وقت}}$
اب اس امر کی توضیح کے واسطے اس سوال پر مباحثہ کرتے ہیں

سوال

ایک طرف میں تین دانوں سی پانی آتا ہے اور اون سی پر ہوتا ہے اول دانہ سی و منٹ میں اور دوسرے
دانہ سی ب منٹ میں اور تیسرے دانہ سی ح منٹ میں تو بتاؤ اگر تین دانوں سی پانی اس طرف میں آئے
تو کتنی دیر میں وہ حوض پر ہو گا

یہ سوال اس طرح حل ہو گا جس طرح کارگروں کے سوالات حل ہو میں گویا ان کارگر مچان میں گئی ہو کام

۱۶۴
اندازہ اس پانی سے ہو جو طرف میں ایک فرض کر دو کہ کل کام کو یک تہا ہی اور وقت مطلوب اوسط ہی
اب اگر اول دانہ سے پانی آئے تو

پانی ایک منٹ میں جوہر لگا = $\frac{1}{2}$
صن در سر دانہ سی پانی ایک منٹ میں جوہر لگا = $\frac{1}{2}$
صن تیس دانہ سے پانی ایک منٹ میں جوہر لگا = $\frac{1}{2}$
اور ان تینوں سے پانی ایک منٹ میں = $\frac{1}{2}$
اس واسطے یہ نظر ہے کہ

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
ک پر تقسیم کر دو

اب ہم خاص صورتوں کا بیان کرتے ہیں
فرض کر دو کہ ح = ۰ تو اس صورت میں کسر $\frac{1}{2}$ غیر متناہی ہو جاتی ہے اور ہوا $\frac{1}{2}$ غیر متناہی ہو جاتا

اور اس واسطے ل = ۰۔ اب اگر ح = ۰ تو اسے یہ سمجھا جاتا ہے کہ تیس دانہ سے اس قدر پانی آئے گا
کہ اسی طرف کسی وقت میں پر نہیں ہوتا تو اس واسطے اس کو اور دو دانوں کے ساتھ
محبوب کرنا نہیں چاہئے اور یہ نتیجہ نکالنا چاہئے کہ فقط تیس دانہ ہی سے طرف انا خانہ میں پر جاتا ہے
فرض کر دو کہ ح = ۰ اس صورت میں $\frac{1}{2} = ۰$ اس واسطے

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

پس طرف کا پر ہونا موقوف فقط دو دانوں پر ہے اور یہ فی نفسہ ہونا ہی چاہئے کیونکہ جب تیس دانہ
ایسا ہی کہ ایک غیر متناہی وقت طرف کے پر کر نہیں لگتا ہے تو ایک وقت بعد میں اس کا اثر
طرف کے پر کر نہیں کیا ہوگا اس لئے اس کو چھوڑ دینا چاہئے

فرض کر دو کہ ح منفی ہے اور اپنی سن سمجھوتی کے لئے فرض کر دو کہ ل = ۲۰ اور ب = ۲۰ اور ح = -۱۲ تو

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

اس واسطے ل = ۰
اس واسطے طرف کبھی پر نہیں ہوگا تو اب بتلاؤ کہ اس نتیجہ کے معنی کیا بیان کریں بہت آسانی سے بیان کر سکتے
اس واسطے کہ ح منفی ہے اس کی معنی موازن سابق کی صورتوں کی قبل سمت کے ہیں اور جب اس کی معنی مثبت

کے تھے تو اسے مراد پانی کا پر نہ تھا اسلئے اور اسلئے معنی منفی کے ہونے پانی کا خالی کرنا اس حالت میں طرف
میں اس دمانہ سے پانی ان کی جگہ پانی نکلے گا اور اسقدر نکلی گا جتنا کہ پانی سی ہو گا غرض جیسے کہ یہ
طرف خالی کرتا ہی اسی باقی دو پر کرتے ہیں اس واسطے وہ کہیں پر نہیں ہو گا
اب ایک اور نئی صورت قابل غور اور غرض کر نیکیہ ہے کہ دو دھانوں کے پانی اسقدر اتان ہو جسقدر کہ
تیسرے دمانہ سے نکل جاتا ہو مثلاً فرض کرو کہ ۱ = ۲۰ اور ب = ۲۴ ماضی سابق کے اور

اگر یہ قیمت بجلی اول مساوات میں درج کیجائی تو ایک مساوات بعد اختصار کے یہ حاصل ہوگی کہ
 (ا + ب + م + ح + م) لا + (ب + ن + ح + م + ن + م) لا + ح + ن + ر + س = ۰
 یہ مساوات درجہ دوم کی ہے جسے کہ دو قیمتیں لک کی دریافت ہوئیں اگر انکو متواتر دوسری مساوات میں
 مندرج کریں تو اس کی دو قیمتیں حاصل ہوں گیں

مثال

ان مساواتوں میں لا = ۲ - ۴ + ۵ + ۶ - ۷ - ۸ - ۹ - ۱۰ = ۰ کو حل کرو
 دوسری مساوات سے ۵ = ۳ - لا

اس قیمت کو مساوات اول میں مندرج کرو تو یہ مساوات درجہ دوم کی حاصل ہوگی کہ
 ۲ لا - ۸ - ۹ + ۱۱۲ = ۰

(اب اس مساوات کو سیدنی ترکیب کے حل کریں تو) صفحہ ۱۰۴ سے

۱۲ لا = ۹۸ ± ۱۲
 اس واسطے لا = ۸ یا ۱۰۰

ان قیمتوں کو مساوات ۵ = ۳ - لا میں مندرج کرو تو یہ حاصل ہوگا کہ
 ۳ یا ۱ = ۵

صورت دوم

فرض کرو کہ مساوات لا + ب + لا + ح + د + دلا + ر + س = ۰ ہو
 اب اسکو ایک اور مساوات درجہ دوم کے ساتھ ترکیب دیں جو تجانبہ ہو یعنی جس میں اربع تمام
 دوسری درجہ کی ہی ہوں یعنی اسکی صورت یہ ہو کہ

لا + لا + ب + لا + ح + د = ۰
 اب اس مساوات کو پر تقسیم کرو تو یہ حاصل ہوگا کہ

لا (لا + ب + ح + د) = ۰
 اب یہ مساوات درجہ دوم کی ہے اب اسکی دو قیمتیں سے اور صہ فرض کرو تو
 لا = ۵

اب ان قیمتوں کو لا کی جگہ پہلی مساوات میں رکھو تو درجہ دوم کی مساواتیں د کی حاصل ہوں گی
 اور اس واسطے د کی چار قیمتیں معلوم ہوں گیں اور د کی ہر تین قیمتوں کے لا کی قیمتوں کا مجموعہ ۱۰۴

مثال

ان مساواتوں کے لئے $۲ - ۲ = ۲ - ۲ + ۲ - ۲ = ۲ - ۲$ کو حل کرو

دوسری مساوات کو تقسیم کر دو تو

$$\frac{(۲ - ۲)}{(۲ - ۲)} = \frac{(۲ - ۲)}{(۲ - ۲)} \Rightarrow ۱ = ۱$$

ان قیمتوں کے دو مساواتین درجہ دوم کی حامل ہونگے یعنی

$$۲ - ۲ = ۲ - ۲ + ۲ - ۲ = ۲ - ۲$$

اول مساوات سے

$$۲ - ۲ = ۲ - ۲ \Rightarrow ۲ = ۲$$

دوسری مساوات سے

$$۲ - ۲ = ۲ - ۲ + ۲ - ۲ = ۲ - ۲$$

صورت سوم

اگر دو مساواتین درجہ دوم کی ہوں تو ان میں سے کسی ایک درجہ کی قیمتیں ہیں تو وہ ان صورت عامہ میں

$$۲ - ۲ = ۲ - ۲ + ۲ - ۲ = ۲ - ۲$$

$$۲ - ۲ = ۲ - ۲ + ۲ - ۲ = ۲ - ۲$$

ضرب چلیپا اور تفریق سے ایک ہی ہلکویہ حاصل ہوتا ہے کہ

$$(۲ - ۲) + (۲ - ۲) = (۲ - ۲) + (۲ - ۲) = ۲ - ۲$$

یہ مساوات تین درجہ دوم کی ہی ہوں تو صورت سابق کے دو قیمتیں سے اور صہ حاصل ہونگے

اب مفروضہ مساواتوں میں سے لائی جائے ان قیمتوں میں سے کسی قیمت کو مندرجہ کر دو تو

مطابق لائی قیمتوں کا ایک زوج دریافت ہوگا

مثالین

(۱) ان مساواتوں کے لئے $۲ - ۲ = ۲ - ۲ + ۲ - ۲ = ۲ - ۲$ کو حل کرو

ضرب چلیپا اور تفریق سے ایک ہی ہلکویہ حاصل ہوتا ہے کہ

$$(۲ - ۲) + (۲ - ۲) = (۲ - ۲) + (۲ - ۲) = ۲ - ۲$$

اسے معلوم ہوتا ہے کہ $\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$

$$5 \frac{12}{40} = 11$$

ابن خروزمی مساواتوں میں سی و دوسری مساوات میں ابن ہرکی قمیج مندرج کر دو توبہ حاصل

$$\begin{aligned} \text{主} &= 5 \\ \text{主} &= 11 \end{aligned}$$

平土志

اسکے موافق
 ۲ ± = ۳
 ۳ ± = ۲
 اب لاکھی دوسری قیمت مندرجہ کرو تو یہ حال ہوگا کہ

$$\frac{40}{111} \pm = 5$$

$$\frac{F_{\text{max}}}{F_{\text{min}}} = \pm =$$

اس کے مطابق $\pm = \frac{34}{311}$

صورت چہارم

اگر دو نمساواتیں درجہ دوم کی ہوں اور درجہ دوم کا ایک جملہ اس قابل ہو کہ وہ ایسی اجزاء ضربی میں تحلیل ہو سکے کہ جنہیں لداور ملتفت ہوں تو وہ اس طرح تعبیر ہو سکتی ہیں کہ

اولاد + ب لای + ح ک + دل + ری + س = -

• = (م ل ن ز ع) (م ل ن ز ع)

اس صورت میں ہر ایک مساوات ان مساواتوں میں سے

• = م ل ن ر ع

م ل ن و ز ح ط

اول ساواں کے ساتھ ترکیب پاسکتی ہی اور موافق صورت اول کے ہر ایک ترکیب سے لا اور ر کی قیوت کے انواج معلوم ہونگے

درجہ دوم کے جملہ کے اجزاء ضروری لاد اور زمین تحلیل کرنے کے ترکیب نیچے مثال میں بیان ہوگی اگر اوکھا تحلیل ہونا ممکن ہوگا تو وہ تحلیل ہو جائے گا ۱۱

میشال

ان مساواتوں کے لیے 2 ہدی + 3 2 - 3 - 2 =

$$= 17 - 51 + 112 + 510 - 511 + 112$$

اب ہم کو اول یہ نہیں معلوم ہوتا کہ ان دو جملوں میں کون اجزا ضروری ہیں جدا جدا ہو سکتا ہے

اس لئے ہر ایک کا امتحان کرنا چاہئے اگر اول جملہ میں ہم تقسیم اجزاء ضربی میں نہ کر سکیں تو دوسری مساوات پر امتحان کرنا چاہئے

مساوات دوم کو دیکھتے ہوئے مساوات اول سے اس مسئلے کو اس طرح لکھو کہ

$$= (r+s) - (r+s-1) = 1$$

اب ترکیب بندی سی اس مساوات کو حل کریں تو یہ حاصل ہوگا کہ

$$(۴+۱۵-۷) ۸+(۲+۵) ۱۱ = ۲+۵+۱۴$$

اب جو علامت جذر کی اندر ہی اس کی تحویل اس طرح ہو سکتی ہے کہ

$$۳۶+۵-۱۳۲=۱۲$$

اور یہ ایک معجزہ و رکاب ہی یعنی برابر ہے (۱۱-۵) پس یہی امتحان ہے کہ جملہ میں قابلیت اجزاء میں

میں تحلیل ہوتی کی ہے لہٰذا کی قیمتیں کی رقموں میں یہ ہیں کہ

$$۲-۵=۳$$

$$۲+۵=۷$$

اسو سطہ موجب بقدر دوم صفحہ ۱۱۵ کے جملہ کی دو اجزاء ضربی یہ ہوگی

$$(۱۲+۵-۱) (۱۱-۵)$$

لیکن چونکہ یہ جملہ برابر صفر کے ہی اسو سطہ دو اجزاء ضربی میں ایک برابر صفر کے ہو اور اسکو اول مسوا

مفروضہ کے ساتھ ترکیب و

اول میں سے لاکے استقاط کرنے سے یہ حاصل ہوگا کہ

$$۰ = ۱۶ + ۵ - ۱۲ = ۹$$

اسے کی قیمتیں حاصل ہوتی ہیں کہ

$$۲ = ۵ \text{ اور } \frac{۱}{۲}$$

اور اسو سطہ لہٰذا کی قیمتیں یہ ہیں کہ

$$۰ = ۲ - ۵ + ۱۸ = ۱۵$$

اب اگر ہم لہٰذا کو دوسری مساوات سے ساقط کریں تو ہم یہ مساوات درجہ دوم کی حاصل ہوگی کہ

$$۰ = ۲ - ۵ + ۱۸ = ۱۵$$

اور اسو سطہ لہٰذا کی قیمتیں لہٰذا

$$۱۹۳۸ + ۵ = ۵$$

$$۱۹۳۸ + ۳ = ۱۵$$

صورت پنجم

فرض کرو کہ دو نو مساواتیں درجہ دوم کی یہ ہیں کہ

$$۱۰ + ۵ + ۲ + ۱ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ + ۷ + ۸ + ۹ + ۱۰ = ۵۵$$

$$۱۰ + ۵ + ۲ + ۱ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ + ۷ + ۸ + ۹ + ۱۰ = ۵۵$$

اور درجہ دوم کے ارتقام کے اشال مناسب ہیں یعنی

$$۱:۲:۳:۴:۵:۶:۷:۸:۹:۱۰$$

۱۷۰
اگر اول مساوات کو نین ضرب دین اور دوسری مساوات کو مین اور دوسری مساوات کو اول مساوات
تفریق کریں تو یہ حاصل ہوگا کہ

(ن - د - م) ل + (ن - ر - م) ز + (ن - س - م) ف = ۰
اب یہ مساوات درجہ اول کی ہی جیسی ترکیب موافق صورت اول کے کسی مفروضہ مساوات سی ہو سکتی ہے

مثال

ان مساواتوں ۶ ل - ۴ د + ۲ ز - ۲ ل + ۲ د - ۲ ز = ۲۸
۶ ل - ۴ د + ۲ ز + ۲ ل - ۲ د - ۲ ز = ۸۷

اگر اول مساوات کو ۳ مین اور دوسری کو ۲ مین ضرب دین اور تفریق کریں تو یہ حاصل ہوگا

۳ ل - ۲ د - ۲ ز = ۳۰
۲ ل - ۲ د - ۲ ز = ۱

اب اول مساوات مین ل کی قیمت مندرجہ کرو تو یہ حاصل ہوگا کہ

۲ ل + ۲ د - ۲ ز = ۲۲

۲ ل + ۲ د - ۲ ز = ۲۰

۲ ل + ۲ د - ۲ ز = ۱۸

صورت ششم

فرض کرو کہ مساوات مین

۱ ل + ۲ ب ل + ۲ ج ز + ۲ د ل + ۲ ر ز + ۲ ف = ۰

۱ ل + ۲ ب ل + ۲ ج ز + ۲ د ل + ۲ ر ز + ۲ ف = ۰

اور انہیں یہ ارتباط ہو کہ

د : ز :: ر : ب :: س : م :: ن

اب اگر اول مساوات کو نین اور دوسری مساوات کو مین ضرب دین اور حاصل کو تفریق کریں
تو ایک مساوات متجانہ درجہ دوم کی یہ حاصل ہوگی کہ

(ن - د - م) ل + (ن - ب - م) ب ل + (ن - ج - م) ج ز + (ن - ر - م) ر ز + (ن - س - م) س ف + (ن - ف - م) ف = ۰

اب اس کو موافق صورت دوم کی مفروضہ مساواتوں مین سے کسی مساوات کی ساتھ ترکیب دو

مثال

ان مساواتوں ۴ ل - ۲ د + ۲ ز + ۲ ل - ۲ د - ۲ ز = ۱۶

۶ ل - ۴ د + ۲ ز - ۲ ل + ۲ د - ۲ ز = ۲۲

اول مساوات کو ۳ مین اور دوسری مساوات ۲ مین ضرب دو اور حاصل کو تفریق کرو تو یہ حاصل ہوگا

$$۴۹ + ۳۰ - ۳۹ = ۴۰$$

$$۰ = ۴ - (۴۰) + (۴۰)$$

اسے معلوم ہوتا ہے کہ لکھ ۳۰ اور لکھ ۳۹

اول مفروضہ مساوات میں لکھ کی پہلی قیمت میں مندرجہ کردہ توہیہ حاصل ہوگا کہ

$$۰ = ۸ - ۳۲ + ۳۳$$

$$۳۳ = ۳۲ - ۸$$

$$۳۳ = ۳۲ - ۸$$

اب اگر لکھ کی دوسری قیمت مندرجہ کردہ توہیہ حاصل ہوگا کہ

$$۰ = ۸ - ۳۹ + ۴۰$$

$$۴۰ = ۳۹ - ۸$$

$$۳۰۸۹۶ = ۳۰۸۹۶ - ۸$$

$$۳۰۸۹۶ = ۳۰۸۹۶ - ۸$$

مشق ۴۸

$$۱ = ۳ - ۲$$

$$۱۲ = ۳ + ۹$$

$$۱۰ = ۳ - ۱۳$$

$$۵ = ۱۲ + ۳$$

$$۳۳ = ۳۳$$

$$۹۱ = ۳۳$$

$$۲۱ = ۳ - ۳۳$$

$$۱ = ۳ - ۳۳$$

$$۹ = ۳ + ۳۳$$

$$۰ = ۱ + ۳ - ۳۳$$

$$۶ = ۳ + ۳۳$$

$$۰ = ۱ + ۳۹ - ۳۳$$

$$۰ = ۳ - ۳۳ - ۳۳$$

$$۲۵ = ۳ + ۳۳$$

$$۰ = ۲ + ۳ + ۳۳$$

$$۱۰ = ۳۳$$

$$(۱) ۱۳ = ۳ + ۱۰$$

$$(۲) ۷۴ = ۳ + ۷۱$$

$$(۳) ۸ = ۳ - ۲۵$$

$$(۴) ۱۷ = ۳۳ - ۱۶$$

$$(۵) ۱۳۰ = ۳۳ + ۹۷$$

$$(۶) ۱۲۰ = ۳۳ - ۹$$

$$(۷) ۱۴۹۷ = ۳۳ + ۱۴۶۴$$

$$(۸) ۹۷ = ۳۳ + ۶۴$$

$$(۹) ۲۱ = ۳۳ - ۱۲$$

$$(۱۰) ۲ = ۳۳ - ۳۱$$

$$(۱۱) ۲۰ = ۳۳ + ۱۳ - ۲۶$$

$$(۱۲) ۱۰ = ۱۳ + ۳۳ - ۳۶$$

$$(۱۳) ۱۰۷ = ۳۳ + ۷۴$$

$$(۱۴) ۳۳ = ۳۳ + ۰$$

$$(۱۵) ۴۵ = ۳۳ + ۱۲$$

$$(۱۶) ۲ = ۳ + ۳۳ - ۳۳$$

فرض کرو کہ $س = ط$ لہذا اس کی قیمت کو دوسری مساوات میں مندرج کرو تو ایک مساوات درج

$$ط - ۱۰ = ۱۶ + ۱۰ = ۰$$

دوم ط کی حاصل ہوگی یعنی
اسے $ط = ۸$ یا ۲ اسوا

$$س = ۸ \text{ یا } ۲ = ۲$$

کی جگہ ۸ لہذا کو اول مساوات میں مندرج کرو اور مختصر کرو تو یہ حاصل ہوگا کہ

$$۹ لہذا + ۱۰۴۲ - ۱۰۱۲ = ۰$$

$$۲۱۲ - ۸ = ۸$$

$$۲۱۲ - ۲ = ۲$$

$$۲۱۲ - ۲ = ۲$$

$$۲۱۲ + ۱۰۱۲ - ۲۱۲ = ۰$$

$$۲ = ۲ \text{ اور } ۲ = ۲$$

$$۲ = ۲ \text{ اور } ۲ = ۲$$

$$۲ = ۲ \text{ اور } ۲ = ۲$$

$$۲ = ۲ \text{ اور } ۲ = ۲$$

$$۲ = ۲ \text{ اور } ۲ = ۲$$

$$۲ = ۲ \text{ اور } ۲ = ۲$$

$$۲ = ۲ \text{ اور } ۲ = ۲$$

$$۲ = ۲ \text{ اور } ۲ = ۲$$

$$۲ = ۲ \text{ اور } ۲ = ۲$$

$$۲ = ۲ \text{ اور } ۲ = ۲$$

$$۲ = ۲ \text{ اور } ۲ = ۲$$

$$۲ = ۲ \text{ اور } ۲ = ۲$$

$$۲ = ۲ \text{ اور } ۲ = ۲$$

$$۲ = ۲ \text{ اور } ۲ = ۲$$

$$۲ = ۲ \text{ اور } ۲ = ۲$$

$$۲ = ۲ \text{ اور } ۲ = ۲$$

$$۲ = ۲ \text{ اور } ۲ = ۲$$

$$۲ = ۲ \text{ اور } ۲ = ۲$$

$$۲ = ۲ \text{ اور } ۲ = ۲$$

$$۲ = ۲ \text{ اور } ۲ = ۲$$

$$۲ = ۲ \text{ اور } ۲ = ۲$$

$$۲ = ۲ \text{ اور } ۲ = ۲$$

$$۲ = ۲ \text{ اور } ۲ = ۲$$

یہ نظم قیمتوں کا تطابق اول قیمتوں کی ہے جو اوپر حاصل ہوئیں ہیں انہیں لہذا اور میں تبادلہ ہوا

ایسی صورتوں میں کہ حروف لا اور ی بالقریہ واقع ہوں یہی نتیجہ نکلیں گے

بہت سی صورتوں میں ہر دو مساواتیں مجموعہ یا فرق متقادی مجموعہ کا یا مجموعہ یا فرق متقادی مجموعہ کی

خاص قوتوں کا بالقریہ واقع ہوتا ہے ایسی صورتوں میں اکثر مسائل ذیل کی استغاث سے

ایسی اندراج ہوتی ہیں کہ حل مطلوب معلوم ہو جاتا ہے فرض کرو کہ

$$ل + س = ۱۰$$

$$ل = ۱۰ - س$$

۱۷۴
 فرض کرو کہ اول ساوات کی ہر ایک طرف کو دوسرے تیسرے چوتھی یا پانچویں قوت میں بوجھ مضابطہ تائی کے
 اٹھائیں (صفحہ ۴) اور جن رقموں کی امثال تساوی ہوں ان کو یکجا جمع کرو اور اوسے ذیل کے
 جملے لادو اور د کی قوتوں کے مجموعہ کے لئے حاصل

$$\begin{aligned} \text{لا} + \text{د} &= \text{ص} \\ \text{لا} + \text{د} &= \text{ص} - \text{ع} \\ \text{لا} + \text{د} &= \text{ص} - \text{ع} - \text{س} \\ \text{لا} + \text{د} &= \text{ص} - \text{ع} - \text{س} - \text{ع} \\ \text{لا} + \text{د} &= \text{ص} - \text{ع} - \text{س} - \text{ع} - \text{س} \end{aligned}$$

اور سطح سے اگر

$$\begin{aligned} \text{لا} - \text{د} &= \text{د} \\ \text{لا} - \text{د} &= \text{ع} \end{aligned}$$

یہ ثابت ہو سکتا ہے کہ

$$\begin{aligned} \text{لا} - \text{د} &= \text{د} \\ \text{لا} + \text{د} &= \text{د} + \text{د} + \text{ع} \\ \text{لا} - \text{د} &= \text{د} + \text{د} + \text{ع} - \text{د} \\ \text{لا} + \text{د} &= \text{د} + \text{د} + \text{ع} + \text{د} + \text{ع} \\ \text{لا} - \text{د} &= \text{د} + \text{د} + \text{ع} + \text{د} + \text{ع} - \text{د} \end{aligned}$$

فرض کرو کہ یو اور مو نصف مجموعہ اور نصف فرق لادو رکھا ہے تو

$$\text{لا} = \text{لو} + \text{مو}$$

اگر مضابطہ تائی کے موافق ان جلوں کو نصف کریں اور مستحصلہ ساواؤ کو جمع کریں تو یہی حاصل آئے گا

$$\begin{aligned} \text{لا} + \text{د} &= \text{لو} + \text{مو} \\ \text{لا} + \text{د} &= \text{لو} + \text{مو} + \text{لو} + \text{مو} \\ \text{لا} + \text{د} &= \text{لو} + \text{مو} + \text{لو} + \text{مو} + \text{لو} + \text{مو} \\ \text{لا} + \text{د} &= \text{لو} + \text{مو} + \text{لو} + \text{مو} + \text{لو} + \text{مو} + \text{لو} + \text{مو} \\ \text{لا} + \text{د} &= \text{لو} + \text{مو} + \text{لو} + \text{مو} + \text{لو} + \text{مو} + \text{لو} + \text{مو} + \text{لو} + \text{مو} \end{aligned}$$

تفریق کرنے سے

$$\begin{aligned} \text{لا} - \text{د} &= \text{لو} \\ \text{لا} - \text{د} &= \text{لو} - \text{مو} \\ \text{لا} - \text{د} &= \text{لو} + \text{مو} - \text{لو} + \text{مو} \\ \text{لا} - \text{د} &= \text{لو} + \text{مو} + \text{لو} + \text{مو} - \text{لو} + \text{مو} \\ \text{لا} - \text{د} &= \text{لو} + \text{مو} + \text{لو} + \text{مو} + \text{لو} + \text{مو} - \text{لو} + \text{مو} \end{aligned}$$

تو اس مجموعہ اور فرق کے واسطے ایسی جلوں کے سلسلہ کو جہاں تک چاہو پہلو لیکن الفعل تیار

فقط یہیں تک پہلانے سے نکل آتا ہے
 (۱) اس باتوں لدا + د = ۱۳۳ کو حل کرو
 لا + د = ۷

اگر ہم فرض کریں کہ $لد = لو + مو$ اور $ر = لو - مو$ تو یہیہ حاصل ہوگا کہ

$$۲۴ = ۲۸ + ۴$$

دوسری مساوات سی جو یو کی قیمت حاصل ہوتی ہے اس کو اول مساوات میں رکھتے ہی یہیہ حاصل ہوتا ہے

$$لو = ۳ \pm ۲$$

$$مو = ۳ \pm ۲$$

اب اس کو $لو = ۳ + ۲$ ساتھ ترکیب دو تو یہیہ حاصل ہوگا کہ

$$لد = ۵ \text{ اور } ۱$$

$$ر = ۲ \text{ اور } ۵$$

(۲) ان مساواتوں $۲۸ = ۲۴ + ۴$ اور $۵ = ۲ + ۳$ کو حل کرو

لا اور ر کے انہیں جگہوں سے مساواتوں کی ہیئت اس صورت میں بدل جائیگی کہ

$$۲۴ = ۲۸ + ۴ \text{ اور } ۵ = ۲ + ۳$$

اسے مساوات درجہ دوم نو کے یہیہ حاصل ہوتی ہے کہ

$$۲۴ + ۲۸ = ۳۳ - ۳۳ = ۰$$

$$\text{اس واسطے } ۲۴ = ۱ \text{ یا } ۳۳$$

$$۳۳ = ۱ \text{ اور } ۳۳ = ۱$$

اب ان قیمتوں کی ترکیب سے مع

$$۲ = ۲$$

کے یہیہ حاصل ہوتا ہے کہ $لد = ۵$ اور $لد = ۳$

$$۵ = ۳ \text{ اور } ۳ = ۵$$

$$۳ = ۵ \text{ اور } ۳ = ۵$$

$$۳ = ۵ \text{ اور } ۳ = ۵$$

$$۳ = ۵ \text{ اور } ۳ = ۵$$

$$۳ = ۵ \text{ اور } ۳ = ۵$$

$$۳ = ۵ \text{ اور } ۳ = ۵$$

$$۳ = ۵ \text{ اور } ۳ = ۵$$

$$۳ = ۵ \text{ اور } ۳ = ۵$$

$$۳ = ۵ \text{ اور } ۳ = ۵$$

$$۳ = ۵ \text{ اور } ۳ = ۵$$

$$۳ = ۵ \text{ اور } ۳ = ۵$$

$$۳ = ۵ \text{ اور } ۳ = ۵$$

$$۳ = ۵ \text{ اور } ۳ = ۵$$

$$۳ = ۵ \text{ اور } ۳ = ۵$$

$$۳ = ۵ \text{ اور } ۳ = ۵$$

$$۳ = ۵ \text{ اور } ۳ = ۵$$

$$۳ = ۵ \text{ اور } ۳ = ۵$$

$$۳ = ۵ \text{ اور } ۳ = ۵$$

$$۳ = ۵ \text{ اور } ۳ = ۵$$

$$۳ = ۵ \text{ اور } ۳ = ۵$$

$$۳ = ۵ \text{ اور } ۳ = ۵$$

(۴) ان ساواتون $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$ کو حل کرو
 لا اور د کے انہیں جلوں سے مساواتوں کی بہت تبدیل ہو کر یہ صورت ہوگی کہ

$$20 = (ص - ع) ع$$

$$15 = (ص - ع) ص$$

$$\frac{1}{3} = \frac{ص}{ع}$$

$$ص = \frac{3}{2} ع$$

تقسیم
 اس واسطے

بہت بدلی ہوئی مساوات دوم میں ص کی یہ قیمت مندرج کرو تو مساوات درجہ دوم ع کی یہ قیمت ہوگی کہ

$$9ع - 20 = 320 - 320 = 0$$

$$\frac{15 \times 8}{2} - 8 = 8$$

اس واسطے ع = 2 یا $\frac{1}{2}$ یا $\frac{1}{4}$
 مساوات میں ع کی جگہ اس کی اول قیمت مندرج کرو تو

$$ص = \frac{3}{2} ع$$

کے یہ حاصل ہوتا ہے کہ $\frac{3}{2} = \frac{ص}{ع}$
 پس مفروضہ مساواتوں کی یہ تحویل ہوئی کہ

$$3 = 2 + 1$$

$$2 = 1 + 1$$

$$1 = 1$$

اسے لا = 2 اور لا = 1
 ابع کی دوسری قیمت کے مندرج کرنے سے

$$لا + 2 = \frac{1}{4}$$

$$\left[\frac{1}{4} \times \frac{1}{5} - \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} \right] = \frac{1}{4} \times \frac{1}{5}$$

$$\left[\frac{1}{4} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} \right] = \frac{1}{4} \times \frac{1}{5}$$

(۵) ان مساواتوں $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 3$ لا کو حل کرو

اب قوت نما کر کے سفی رخ سے واسطے فرض کرو کہ

$$\frac{1}{4} = لا اور \frac{1}{4} = مو$$

تو مساواتوں کی تحویل یہ ہوگی کہ

$$لا + مو = 3$$

$$لا + مو = 3$$

اب اگر دوسری مساوات کو لومین ضرب دیں اور اول مساوات کے ساتھ جمع کریں تو
 اور یہ مساوات لو اور مومین متجانس ہے تو اوہی نسبت یہ فرض کرنے سے دریافت ہوگی کہ
 اسے یہ حاصل ہوتا ہے کہ $\frac{ط}{ط} = \frac{۲-ط}{ط}$ $۰ = ۲-ط+ط$

اسے $ط = ۲$ اور $ط = ۲$

اسواریط $ط = ۲$ اور $ط = ۲$ سے ہر کو یہ حاصل ہوتا ہے کہ
 ان قیمتوں کے اندراج سے اور تخیل سے ہر کو یہ حاصل ہوتا ہے کہ
 $ط = ۲$ اور $ط = ۲$

ان قیمتوں سے مفروضہ مساواتوں کی شرح اط پوری ہونے کے لئے ضروری ہوگا کہ نسبت قیمتوں کی دوسری
 زوج کو کام میں لائیں اور تیسری زوج کے کام میں لانے کے لئے $\frac{۱}{ط}$ کی منفی قیمت کام میں لائیں

امثلہ مشق ۴۹

(۱) $ط - ط = ۹۳۰$ $ط - ط = ۱۰$

(۲) $ط + ط = ۷۰$ $ط + ط = ۸$

(۳) $ط + ط + ط = ۲۹$ $ط + ط + ط = ۹۳۱$

(۴) $ط + ط + ط + ط = ۲۶$ $ط (ط + ط) = ۳$

(۵) $ط + ط = ۳۵$ $ط = \frac{۱}{ط} + \frac{۱}{ط}$

(۶) $ط + ط + ط + ط = ۱۲۵$ $ط = ط$

(۷) $ط (ط - ط) = ۱$ $ط = ط$

(۸) $ط - ط = ط$ $ط = ط + ط$

(۹) $ط - ط = ط$ $ط = ط$

(۱۰) $ط + ط = ط + ۲۹$ $ط + ط + ط + ط = ط (۱ - ط)$

(۱۱) $ط + ط + ط = ط$ $ط - ط = ط$

(۱۲) $ط - ط = ط$ $ط = ط + ط$

(۱۳) $ط + ط = ط + ط$ $ط = ط + ط$

(۱۴) $ط - ط = ط$ $ط + ط = ط + ط$

(۱۵) $ط + ط = ط + ط$ $ط + ط = ط + ط$

(۱۶) $ط - ط = ط$ $ط = ط + ط$

$$۱۲ = \sqrt{3} + \sqrt{11}$$

$$۳۲۹ = ۲۲ + ۱۱ (۱۷)$$

$$\sqrt{3} + \sqrt{11} = ۲۲ + ۱۱ (۱۸)$$

$$۰ = ۱ + ۳\sqrt{3} \quad * \quad ب = (۲ + ۱۱) (۱۹)$$

$$۳ = \sqrt{3} - \sqrt{11}$$

$$۳۱۴ = ۲۲ + ۱۱ (۲۰)$$

$$\frac{۳-۱۱}{۲} = \frac{۲}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{11}}{۲}$$

$$\frac{۳+۱۱}{۲} = \frac{۲}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{11}}{۲} (۲۱)$$

$$\frac{۵۲}{۲} = \frac{۲}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{11}}{۲}$$

$$\frac{۴۲}{۲} = \frac{۲}{\sqrt{3}} + ۳ (۲۲)$$

$$(۱ + \sqrt{3}) = \frac{۳-۱۱}{۲} - \sqrt{11} + \frac{۳+۱۱}{۲} \quad (۲۳)$$

$$\frac{۱۱}{۲(\sqrt{3}+۱)} \cdot ۱۰ = \frac{\sqrt{3}+۱۱}{۲} \quad < - \frac{۱۷}{\sqrt{3}+۱۱} (۲۴)$$

$$۱ - \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}-۱۱}{۲}$$

$$(۲۵) \quad ۲ + ۱۱\sqrt{3} = \sqrt{3} + \sqrt{11} \quad ۲ + ۱۱ (۲۶)$$

$$(۲۷) \quad (\sqrt{3} + ۹) = \sqrt{11} + ۹$$

$$(۲۸) \quad ۳ = (\sqrt{11} - \sqrt{3}) (۲۹)$$

$$۳ = \sqrt{11} - \sqrt{3}$$

$$۷۸ = \sqrt{3} + \sqrt{11} \quad ۱ + \frac{۹۱}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{3}} (۳۰)$$

$$\frac{\sqrt{3}+۱۱}{۲} = \frac{۱۱}{۲} \quad \frac{۱۱}{۲} = \frac{\sqrt{3}+۱۱}{۲} - \sqrt{3} + \sqrt{11} (۳۱)$$

$$۱۱ = \sqrt{3} - \sqrt{11} (۳۲)$$

$$(۳۳) \quad (۱ + \sqrt{3}) = \sqrt{3} + \sqrt{11} \quad (۳۴) \quad (۱ + \sqrt{3}) = \sqrt{3} + \sqrt{11}$$

تین جدول کی درجہ دوم کی مساواتوں کے حل کرنیکی ترکیبون کی توضیح اشذیل میں کیجاتی ہیں

مشاکین

$$(۱) \quad ان مساواتوں \quad \sqrt{3} + \sqrt{11} = ۲۲ + ۱۱$$

$$۳۲۹ = ۲۲ + ۱۱$$

$$۳ = \sqrt{3} - \sqrt{11}$$

دوسری مساوات کا دو چند اول مساوات کے ساتھ جمع کرو اور جذر نکالو تو

$$۳ \pm = \sqrt{3} + \sqrt{11}$$

اب اسکو سوم مساوات کے ساتھ جمع تفریق کرو تو

$$۳ = \sqrt{3} + ۱ \quad ۱ = \sqrt{3} - ۱$$

اول مساوات میں ان قیمتوں کو مندرجہ کرو تو لدا اور کے بہرہ زوج مساواتوں کے حل نکلیں گے کہ

$$۲۰ = ۷ + ۱۳ \text{ اور } ۵ = ۲ + ۳$$

$$۱۴ = ۱ + ۱۳ \text{ اور } ۱ = ۲ + ۳$$

ان کے یہ حاصل ہوتا ہے کہ

$$۱۳ = ۱ \text{ اور } ۲ = ۳ - ۱$$

$$۱۳ = ۲ \text{ اور } ۱ = ۳ - ۲$$

$$۱۳ = ۳ \text{ اور } ۱ = ۳ - ۳$$

$$۱۰ = ۳ - ۳$$

$$۱۰ = ۳ - ۳$$

$$۱۰ = ۳ - ۳$$

اول سے دوم کو تفریق کرو اور سوم کو دوم سے تفریق کرو تو یہ حاصل ہو گا کہ

$$۹ = (۳ - ۳) (۳ + ۳ + ۳)$$

$$۹ = (۳ - ۳) (۳ + ۳ + ۳)$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$۹ = ۳ - ۳$$

$$12 = 56$$

$$\lambda = 6.5$$

$4 = 165$

ان تینوں مساواتوں کو باہم ضرب دوتو

۵۴۹ = ۵۴۹

$$m \pm \frac{1}{2} = n$$

اب شواتر اس اخر مساوات پر ادیر کی تینوں مساواتوں کو تقسیم کر دو تو

$$r_{\pm} = \pm \sqrt{2}$$

$$\mu \pm 2\sigma$$

$$N \pm 5$$

اشد مشق ۵۰

$$e = \bar{r}_s + \bar{r}_M + \bar{r}_D \quad (2) \quad 13 = 5 + 5 + 3 \quad (1)$$

$$19 = 15 + 15 + 15 \quad 91 = 15 + 15 + 15$$

ک = لای ی + ی + ل + ل = لای

$$\frac{x}{u} + \frac{y}{v} = (u+v)u \quad (iv)$$

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{6} = (4+5)s$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s} = (s+1) \text{ cm}$$

$$13 = \sqrt{5 + 5 + 5}, (4) = 5 \text{ عدد } (1-2) + (5+5)(5)$$

$$19 = 5 + 5 + 9 = 5 + (9 - 5) + (5 + 9)$$

$$P_A = 6u + 5u = 5u(2+1) + (u+5)$$

$$C = 50 \quad (1) \quad 1 = 5 + 5 + 10 \quad (2)$$

ک = ر + دی + ب (ب - س) ی = ق

$$r = (y-2)(x-1)$$

$$(9) \quad K = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad (10) \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$\text{وادی} + \text{وادی} = \text{وادی}$

$\cdot = \text{ب} + \text{د} + \text{س} + \text{ع} + \text{ی}$

مسواوات درجہ دوم کے سوا اللہ

ان مثالوں سے یہ معلوم ہوگا کہ جس سوالات کی ہیئت میں کہ اوپر کے ہندو ساتین درجہ دوم کی پیدا ہو کر ان کے چھوٹی
کی مساوات درجہ دوم کی پیدا ہوتی ہے کس طرح حل ہو جاتی ہیں

(۱) دوکان اور ایک سیٹھ میں گرجے اور سرکاری دکان ۲۲۰ روپیہ خرچ کیے گئے۔ ۵۰ ٹھہریں

اور ۲ گائین خریدیں اور بے ۵۰ زیادہ بہترین نسبت گائون کے خریدیں اور دونوں قیمت
بھیروں کی دسی وہ ملکر اول دونوں کے سرمایہ سے نصف تہی بناؤ فی راس بھیڑ اور گائی کیا
قیمت تہی اور یہ کتنے کتنے خریدیں

اس مساوات میں چار متغیر محمول ہیں یعنی قیمت ہر ایک بھیڑ اور قیمت گائی اور تعداد بھیروں اور
تعداد گائون کی ان متغیر محمول کو یو و مولد اور سے تعبیر کرو تو موجب شرائط سوال کے یہ چار
مساواتیں حاصل ہوں گیں کہ

$$۲۲۰ = ۵۰ + ۱۲ \text{ مو}$$

$$۲۲۰ = ۵۰ + ۱۲ \text{ لالو}$$

$$۲۲۰ = ۵۰ + ۱۲ \text{ لالو}$$

$$۵۰ + ۱۲ = \text{لالو اور سوم میں سے تفریق کرو تو}$$

$$۰ = (۵۰ - ۱۲) + ۱۲ \text{ مو}$$

ان مساواتوں میں قیمت لالو کی جو جو تہی مساوات سے نکلتی ہے مندرجہ کرو تو یہ حاصل ہو گا کہ

$$۰ = (۵۰ - ۱۲) + ۱۲ \text{ مو}$$

$$۰ = (۵۰ - ۱۲) + ۱۲ \text{ مو}$$

موس کے ساتھ کرنے کے واسطے ان مساواتوں میں سے اول مساوات کو ۱۲ میں ضرب دو اور دوسری
کو (۵ - ۱۲) میں اور جمع کرو تو یہ حاصل ہو گا کہ

$$۰ = ۱۲ + (۵۰ - ۱۲) (۵ - ۱۲)$$

جو مقدار خطوط وحدانی میں پہنچے اس کو پانچ صفر کے لکھو تو اس کی مساوات درجہ دوم یہ حاصل ہو گی کہ

$$۰ = ۶۰۰ - ۵۰ + ۴۲$$

قیمتیں اس مساوات کی ۶۰ اور ۱۰ ہیں یعنی قیمت مساوات کی مناسب حال نہیں ہے

اس کو ساقط کرو اس واسطے بی جو گائین خریدیں وہ ۱۰ ہیں اور اس سبب بھیڑیں ۶۰

خریدی تھیں مفروضہ مساواتوں میں سے اول مساوات میں ان قیمتوں کے مندرجہ کرنے سے ان
مساواتوں سے لیا اور سو کی قیمتیں شمعیں ہوتی ہیں کہ

$$۲۲۰ = ۵۰ + ۱۲ \text{ مو}$$

$$۲۲۰ = ۵۰ + ۱۲ \text{ مو}$$

اسے یو = ۲ اور مو = ۱۰ کے حاصل ہوتا ہے
جواب ہے ۶۰ بھیڑیں فی ۲ روپیہ خریدیں
۱۰ گائیں فی ۱۰ روپیہ

(۲) موہن نے سوہن کو دیکھا کہ پڑا سوتا ہے اور اس کے پاس ایک پیسہ شراب کا بھرہ ہوا رکھا ہے موہن نے یہ موقع دیکھ کر شراب پیسہ شروع کی اور اتنی دیر پی کہ وہ اس وقت کی پہلی تھی جس وقت میں کہ کل پیسہ کی شراب سوہن اکیلا پیتا ہے میں سوہن جاگ اٹھا اور جو کچھ باقی شراب رہی تھی اس کو پی گیا اگر دو شراب ساتھ پیے تو دو گنہہ پیشتر شراب ختم ہو چکی ہوتی لیکن اس حالت میں موہن کے حصہ میں نصف شراب وہ آتی جو اس نے سوہن کے واسطے چھوڑی تھی

یہ سوال کام اور کاریگروں کا ہے صفحہ (۱۶۳) دیکھو فرض کرو کہ لا اور تعداد اول گنہٹوں کی یہی جنہیں موہن سوہن علیحدہ علیحدہ شراب پیکر اور ط تعداد اول گنہٹوں کی یہی جنہیں دو نو ملکر پیسہ کی شراب کو پی کر خالی کرتے اور ق تعداد شراب کی بوتلوں کی پیسہ میں ہے تو بموجب ہر ایک فرض کے ہر گنہہ میں بہ تفصیل ذیل مقدار شراب پی جائیگی

$$\frac{ق}{ط} = \frac{ق}{ط} + \frac{ق}{ط} = \frac{ق}{ط}$$

موہن نے جو شراب پی اس کی مقدار $\frac{ق}{ط} = \frac{ق}{ط}$ اور جو مقدار شراب کی سوہن کے واسطے چھوڑی گئی $ق - \frac{ق}{ط} = \frac{ق(ط-۱)}{ط}$ اس واسطے بموجب شرط اول کے

$$۲ + \frac{ق}{ط} = \frac{ق}{ط} + \frac{ق(ط-۱)}{ط}$$

$$\frac{ق}{ط} = \frac{ق(ط-۱)}{ط} = \frac{ق(ط-۱)}{ط}$$

اسے یہ حاصل ہوتا ہے کہ $۵۵ - ۵۵ = ۰$ اس واسطے کہ $۲ = ۱$ اور $۱ = ۰$ اب یہاں منفی قیمت تو سوال کی مناسب حال نہیں آئے لہٰذا کی جگہ قیمت ۲ مساوات میں جسے اول شرط تعبیر ہوتی تو یہ حاصل ہوتا ہے کہ $۳ = ۱$ اور $۶ = ۱$ اور $۲ = ۱$

اس واسطے یہ ہر صورت میں تفصیل دیں گے کہ

موسین ۹ گنہ میں
سوسین ۸ گنہ میں
موسین اور سوسین ۷ گنہ میں

(۳) چار عدد تساوی الفرق ایسی دریافت کرو کہ اوں کا حاصل ضرب متواتر ہو

اور مجموعہ اوں کے مجذوروں کا ۱۲۰ ہے

مقادیر مجملہ بالقرینہ ارتباط پائیں اس لئے اوں کو اس طرح فرض کرو کہ لا اور ۵ اساط ہوں تو اطراف فرق (۵-۸) کے جمع اور تفریق کرنے سے حاصل ہوں اور چار عدد تساوی الفرق یہ ہوں گے

(۲-۵) (۵-۸) (۸-۱۱) (۱۱-۱۴)

اوں کے مربعوں کے مجموعہ کے واسطے یہ مساوات حاصل ہوگی کہ

$$۶(۸۸ + ۵) - ۸۵ = ۱۲۰$$

اور حاصل ضرب متواتر

$$۵(۸۸ + ۵) - ۸۵ = ۳۸۴$$

حاصل ہوگا ان دو مساواتوں کے لا اور ۵ اس طرح دریافت ہو سکتی ہیں کہ فرض کرو

$$۵ + ۵ = ص$$

تو صفحہ ۱۱۰ کے یہ دو مساواتیں حاصل ہوگی

$$۳ ص - ۱۰ = ۴۰$$

$$۹ ص - ۲ ص = ۳۸۴$$

$$۷ ص - ۱۲ = ۱۱۵۲$$

اسکی قیمتیں ۲۴ اور ۱۱۵۲ ہیں

ہر ایک مساوات میں ان قیمتوں میں سے مندرجہ کردہ یہ حاصل ہوگا کہ ص = ۱۱۰

$$۵ + ۵ = ۱۰$$

$$۵ = ۲۴$$

ان مساواتوں سے یہ حاصل ہو گیا ہے کہ

$$۶ = ۴ اور ۵ = ۲$$

اس واسطے اعداد مطلوب یہ ہیں کہ

$$۲ ۴ ۶ ۸$$

$$۲ - ۴ - ۶ - ۸$$

دوسری قیمت کی یعنی ۱۱۵۲ سے خیالی جملے حاصل ہوتی ہیں یعنی

اس واسطے پانچ اعداد یہ ہیں کہ

اب اگر وہ کی دوسری قیمت یعنی ۲۵ کام میں لائیں تو ذیل کے جملے حاصل ہوں گے
جنہیں سے چار جملے خیالی ہیں

$$\begin{aligned} & (4-10 \pm 5) \quad (4-10 \pm 23) \\ & (4-10 \pm 23) \quad (4-10 \pm 5) \end{aligned}$$

امثلہ مشق ۵۱

- (۱) دو عدد ایسے دریافت کرو کہ مجموعہ اول کا ۶۰ ہو اور مجموعہ اول کے مربعوں کا ۱۸۰۸ ہو
- (۲) دو عدد ایسے دریافت کرو کہ حاصل ضرب اول کا ۲۷ ہو اور مجموعہ اول کے مربعوں کا ۵۴۵ ہو
- (۳) ایسی دو عدد دریافت کرو کہ حاصل ضرب اول کا ۵۷۷ ہو اور فرق اول کے مربعوں کا ۹۶ ہو
- (۴) دو عدد ایسی دریافت کرو کہ حاصل ضرب اول کا ۲۶ ہو اور فرق اول کے مربعوں کا ۴۴ ہو
- (۵) ایک ایٹر منطیل کہتے تھے کہ تفات مس گزرتا تو اس کی ضلع کا حساب بتلاؤ
- (۶) ۲۹ کو ایسی دو حصوں میں تقسیم کرو کہ مجموعہ اول کے مربعوں کا ۷۸۵۹ ہو
- (۷) ۴۴ کو ایسی دو حصوں میں تقسیم کرو کہ مجموعہ اول کے مربعوں کا ۴۴۷۲ ہو
- (۸) دو متصل کے اعداد ایسے دریافت کرو کہ بڑے عدد کا مربع چھوٹے عدد کے مربع سے بقدر ۷۷ کے زیادہ ہو
- (۹) دو صندوق بشکل کعب ہیں اور ان میں سوا ۷۰ کعب پانچ کا ہی اور جب ایک صندوق کو دوسرے صندوق پر رکھا تو کل اونچائی ۱۱ انچ ہوئی تو بتاؤ ہر ایک کی سمائی کس قدر ہے
- (۱۰) دو عدد ایسی دریافت کرو کہ اول کا مجموعہ اور حاصل ضرب اول کے مربعوں کا تفاوت باہم برابر ہوں
- (۱۱) دو عدد ایسی دریافت کرو کہ اول کا مجموعہ اور حاصل ضرب اول کے مربعوں کا مجموعہ باہم برابر ہوں
- (۱۲) تین عدد متناسب ہیں اول کا حاصل ضرب ۲۱۶ ہے اور مجموعہ اول کا ۲۱ ہے اول کو دریافت کرو
- (۱۳) دو عدد ایسی ہیں کہ اول کا حاصل ضرب برابر اول کے مربعوں کے تفاوت کی مجموعہ اول کے مربعوں کا برابر اول کے مربعوں کے تفاوت مطلوب ہیں کہ اول کو دریافت کرو
- (۱۴) چار اعداد متساوی الفرق ہیں جن کا مجموعہ ۱۸۸ ہے اور مجموعہ اول کے مربعوں کا ۸۶ ہے اول کو دریافت کرو

(۱۵) چار اعداد مساوی الفرق میں ضربیں اطراف کے اندر تفاوت ۵ ہے ہی اور حاصل ضرب اوسط کا ۵ ہے اور اعداد کو دریافت کرو

(۱۶) دو عدد ایسی ہیں کہ انکی مربعوں کا مجموعہ ۱۷۰ ہے اور انکا حاصل ضرب انکے مجموعہ سے بقدر ۵۹ زیادہ ہے اور اعداد کو دریافت کرو

(۱۷) چار عدد متناسب ہیں جنکا مجموعہ ۳۴ ہے اور مجموعہ انکی مربعوں کا ۳۴۳ ہے اور انکو دریافت کرو

(۱۸) ایک عدد دو ہندسوں کا ہے اور انکا مجموعہ ۱۰ ہے اور اگر اسکو ہندسوں کے فرق میں ضرب دیں تو حاصل ضرب ۱۲۸ ہوتا ہے اس عدد کو دریافت کرو

(۱۹) ایک عدد دو ہندسوں کا ہے اور انکی مربعوں کا تفاوت ۳۴ ہے اور اگر اس عدد کی ہندسے معکوس کریں اور جو عدد اس طرح بنے اسکو اصل عدد میں ضرب دیں تو حاصل ضرب ۲۷۰۱ ہوتا ہے اس عدد کو دریافت کرو

(۲۰) ایک عدد دو ہندسوں کا ہے جنکا حاصل ضرب ۶ ہے اور اگر عدد ہندسے لٹ کر لکھیں تو اب عدد پیدا ہوتا ہے کہ اس عدد اور اصل عدد کے مربعوں کا تفاوت ۹۵ ہے اس عدد کو دریافت کرو

(۲۱) ایک عدد دریافت کرو کہ جسکے شمار کنندہ اور نسبت کا مجموعہ ۱۱ ہو اور اگر اسکو ایسی کسر میں سے تفریق کریں جسکا شمار کنندہ اور نسبت بقدر ۲ کے زیادہ ہو تو تفاوت ۱۱ ہو سکے

(۲۲) ایک کسر شمار کنندہ اور نسبت نام کے مربعوں کا مجموعہ ۳۸۹ ہے اور اس کسر اور اس کے معکوس کا فرق $\frac{189}{12}$ ہے اس کسر کو دریافت کرو

(۲۳) ایک عدد اب ہے کہ اگر ۱۶۳ میں سے تفریق کیا جائی تو اس کے ہندسے معکوس ہو جائیں اور اگر اسکو ہندسوں کے مجموعہ میں ضرب دیں تو حاصل ضرب ۱۰۱۲ ہو اس عدد کو دریافت کرو

(۲۴) ایک عدد دو ہندسوں کا ہے اگر اسکو معکوس کر لیں اور پھر دونو عددوں کو ضرب دیں تو حاصل ضرب ۲۲۸۷ حاصل ہوگا اور اگر اول عدد کو دوسرے عدد پر تقسیم کریں تو خارج قسمت انگلیکا اور باقی ایک ہندسہ رہیگا اس عدد کو دریافت کرو

(۲۵) دو اعداد ایسی دریافت کرو کہ انکے مجموعہ اور انکے مربعوں کے مجموعہ کا حاصل ضرب ۲۷۲ ہو اور انکے فرق کو انکے مربعوں کے فرق میں ضرب دیں تو حاصل ضرب ۳۲ ہو

(۲۶) ایک شخص نے بانات ایک پونڈ گڑ کے حساب سے کچھ خریدی اور دوسری ایک علی

قسم کی بات تھی وہ اسنے پہلے بات سی سکر کم خریدی اور قیمت وہی ہی جو پہلے دی تھی
 اور ہم بیس فی گز زیادہ دی تو تباؤ ہر ایک قسم کی بات کتنی خریدی اور کس قیمت پر
 (۲۷) ایک آدمی یاس ۱۳۰ روپیہ تھی اسنے دو حصہ کر کے سودی دیے اور ہر حصہ سے
 اسکی آمدنی ایک ہی تھی اگر وہ پہلے حصہ کی جمع کو دوسرے حصہ کی شرح فیصدی سود پر دیتا
 تو اسکی آمدنی ۳۶۰ روپیہ کی ہوتی اور اگر دوسری حصہ کو پہلے حصہ کی شرح سود فیصدی پر
 دیتا تو آمدنی ۴۹۰ روپیہ ہوتی اب تباؤ گھر حصہ میں کتنے روپیہ تھے اور شرح سود کیا تھی
 (۲۸) تین اعداد تناسب میں اول کا حاصل ضرب ۴۹۰ ہے اور اطراف کا مجموعہ ۶۸ اولی اعداد اور
 (۲۹) ایک کسان نے بہترین اور گائین ۱۰۴ پونڈ کی خریدیں اور بہترین کی قیمت میں شکاک
 دئے جسقدر بہترین اور گائین تھیں اور تین پونڈ گائین کی قیمت میں دئے ہیں وہ بھی برابر جانوروں کی
 تعداد کے ہیں اور سوار این بہترین تعداد میں گائین کے بقدر ۲۲ کی زیادہ ہیں تو تباؤ کتنی بہترین تھیں
 اور کتنی گائین اور ہر ایک کی قیمت کیا ہے
 (۳۰) ایک گاڑی کا پچھلا پہیہ نسبت اگلے پہیہ کے ۲۰ گز طویل ہیں اگر دشین زیادہ کر تا ہی اگر محیط
 ہر ایک پہیہ کا ایک گز زیادہ کر دیا جاتا تو مسافت مذکور کے طے کر مین پہیوں کے چکر وں کے اندر فقط
 ۴ چکروں کا فرق رہتا تو محیط ہر پہیہ کا دریافت کرو
 (۳۱) ۱۱ اور ب نے ۲۰۰ روپیہ سے بیج شروع کیا ۱۲ ہینہ کے بعد لانے ۱۰۴ روپیہ اصل اور
 نفع کی علیحدہ کر لئے اور ب کو ۷ ہینہ کے بعد ۱۰۷ روپیہ ماہہ لگے اصلی حصہ اور شرح نفع
 کی دریافت کرو
 (۳۲) ۱۱ اور ب نے کچھ بہترین ۱۴۲ روپیہ کو بچپن لانے سے ۴ بہترین زیادہ بھی تھیں اگر وہ
 اسقدر بیجا حصہ کر کے بھی تھیں اور قیمت اپنی بہیروں کی سی لیتا تو اسکو ۵ روپیہ
 ماہہ لگتے اور اگر ب اسقدر بہترین بیجا حصہ کر کے لانے بھی تھیں اور قیمت اپنی بہیروں کی سی
 لیتا تو اسکو ۸ روپیہ حاصل ہوتے تو تباؤ ہر ایک نے کتنی کتنی بہترین بچپن اور کس قیمت پر

(۳۳) ایک مربع کہیت کا رقبہ ایک گول کہیت کے رقبہ سے بقدر ایک ایکڑ کے برابر ہی اور اس کا

پہلے کہیت کا ۴۰۰ گز زیادہ لنبا دوسرے کہیت کی احاطہ سے ہی تو اونکی طول عرض دریافت کرو

(۳۴) ایک کسری ایسی ہی کہ اگر اسکی شمار کنندہ پر زیادہ کریں اور اسب نما سے اتفرق کریں تو

ایسی کسر حاصل ہوتی ہے کہ پہلی کسر کی متکافی ہوتی ہی اور اگر اسب نما پر زیادہ کریں اور شمار کنندہ

سے کم کریں تو ایسی کسر حاصل ہوتی ہے کہ وہ کسر متکافی سے بقدر $\frac{1}{10}$ کم ہوتی ہے تاکہ کسر

(۳۵) اس سوال کو عام طور پر حل کرو اور سجا ۱۲ اور $\frac{1}{12}$ کے ۱ اور ب رکھو

(۳۶) ایک مثلث قائم الزاویہ کہیت کے زاویہ قائمہ سے دو ایک کے مقابل سمتوں میں دو رے

اور اونکی رفتاروں میں نسبت ۳:۱۱ کی ہے اول وہ مثلث قائم الزاویہ کے وتر کے عین وسط

پہنچے اور پھر دوبارہ اوس مقام پہلے جواونکی چلنے کی جگہ سے بلکہ گز کے فاصلہ پر تھا مثلث

کے اضلاع دریافت کرو

(۳۷) ۳۰ کو اس طرح مفرد سود چٹایا کہ بے کچھہ بیرون کے اصل مع سود کے ۳۶ روپے

ہو گئے اب اگر یہی روپیہ دو برس اور اس شرح سود پر رہی جو پہلی شرح سے ایک روپیہ پر

زیادہ ہو تو وہ ۴۰ روپیہ حاصل ہوتی ہیں شرح سود اور تعداد بیرون کی اول جمع کے واسطے دریافت کرو

(۳۸) ایک طرف آدہ ہاں ہوا ہی ایک دہانہ سی کچھہ وقت میں پر ہوا جاتا ہی اور ایک سو راج سے

کچھہ وقت میں خالی ہو جاتا ہی اگر دہانہ اور سو راج دونوں کو مل دیئے جاتی ہیں تو وہ ۲۰ گھنٹہ

میں خالی ہوتا، اور اگر دہانہ اور سو راج کو اتنا چھوڑا کہ دین کہ ایک سے نصف گھنٹہ زیادہ میں

آدہ طرف پر ہوا اور دوسرے نصف گھنٹہ زائد نصف طرف خالی ہو اور دونوں کو مل دیئے جاتی

تو ۱۵ گھنٹہ میں طرف خالی ہوتا ہی تو بتاؤ کس وقت میں اول دہانہ سی وہ حوض پر ہوگا اور دوسرے

سے کتنی دیر میں ہر سو طرف خالی ہوگا

(۳۹) استقر روپیہ کی شرح سود دیا کہ ایک سال میں ۱۰۹۲ روپیہ مولیٰ باج کا ہو گیا اگر شرح

سود فیصد ایک کم ہوتی اور اصل ۱۰۰ روپیہ زیادہ ہوتی تو یہی بی نول باج ہوتا اب اصل سو راج

(۴) ایک کان پٹھین گیا وٹان ایک گائی کی قیمت بہترین کی برابر تھی اور وہ ۲۵ روپیہ بہترین کا وٹان سے دو چن خرید سکتا تھا اگر شام تک وہ پٹھین نہ لڑا اس وقت گا کی قیمت سو روپیہ فی گائی اور بہترین کی قیمت ۶ روپائی کم ہوگی اور اوسنی ۲۵ روپیہ ملے گئی بہترین بہ نسبت گائیوں کی خریدیں اور جب قدر موشی وہ سویری خرید سکتا تھا اوسی اب دس زائد ہی تھا وٹان کئی بہترین اور کئی گائیں اوسنے خریدیں اور ہر ایک کی قیمت کیا تھی

جواناں

$$11 + 5 + 101 \quad (r) \quad 210 + 124 \quad (1)$$

(۳) ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷

$$1 \dots + 569 + 5713 + 57114 + 5712 = 5714 (n)$$

$$K(1-e+z) + L(1+q-j)(4) + M + N + O + P(0)$$

$$100 - 504 + 2^2 + 502^2 + 4(50 - 514 + 2^2)$$

$$r + r^2 + r^3 + \dots + r^{10} \quad (A)$$

(۹) (س + ک + ۲) لدا + گ لدا + (هه + ن + ۴) لدا

(۱۰) س۱ - س۲ ب + س۳ + س۴ + ۱

جوانات مشرق

$$f(r) = r^2 - 2r + 4$$

(۳) $۳ + ۷ - ۵ - ۵$ (۴) $۱ + ۵ - ۵ + ۵ - ۵$

(۵) بر ۱-۶ ب ۴+ج ۳-

$$f(2+e) + sd(1+n) - d(1-m) \quad (4)$$

(۷) ۲۰۰۰ + ۲۰۰ + ۲۰ + ۲ + ۲۰۰۰۰

509-500 + 54 - 100 = (A)

$$I = \frac{1}{2} + u(1+u) - \frac{1}{2}(1-u)(9)$$

$$r + s = 10 + 5 = 15 \quad (1)$$

جواب مشق ۳

(۱) پ (۲) - ۱ + پ (۳) . (۴) ر - ۱ + پ (۵)

(۵) ب ل د + (ج - د) ی (۶) - ۱۹ ل - ۱۰ ی (۷) - ۲ - ۱ - ۲ ل
(۸) ۵ ل - ۳ ی + ۳ ل (۹) ر م - ۵ ل - ۳ ی (۱۰) ع + ۱

جوابات مشق ۴

(۱) ۱ ل ی (۲) - ۱۸ ل ی (۳) ۱ ب ج ل ی
(۴) - م ن ع ل ی (۵) ۱ ب ج ل ی (۶) - ۱ ب ج ن ل ی

جوابات مشق ۵

(۱) ۱ م ن ل د + ب م ی د + ج م ی د (۲) ۱ ج ل ی - ۱ ب ج ل ی
(۳) ۳ ی - ۳ ل ی + ۳ ل ی + ۳ ل ی (۴) ل - ل ی + ی ل
(۵) - ۳ ی + ۳ ی - ۶ ی (۶) - ۲۰ ل + ۲۰ ل - ۳ ل - ۱۰ ل

جوابات مشق ۶

(۱) ۱ ل - ۲ ل + ۲ ل (۲) ۲ ل - ۳ ل + ۳ ل - ۴ ل + ۴ ل (۳) ۱ ل + ۱ ل

(۴) ۱ ل + (۱ + ب) ل + (۱ + س + ج) ل + (ب + ج + د) ل + (د + ل + د)

(۵) ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ - ۱ - ۱ - ۱ - ۱ - ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱

(۶) ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ - ۱ - ۱ - ۱ - ۱ - ۱

(۷) ۲ ل + ۱ ل + ۱ ل + ۱ ل + ۱ ل + ۱ ل + ۱ ل + ۱ ل + ۱ ل + ۱ ل

(۸) ل - ل - ل - ل - ل - ل - ل - ل - ل - ل

(۹) ل - ل - ل - ل - ل - ل - ل - ل - ل - ل

(۱۰) ۱ ل + ۱ ل - ۱ ل - ۱ ل - ۱ ل - ۱ ل - ۱ ل - ۱ ل - ۱ ل - ۱ ل

(۱۱) ۲ ل + ۱ ل + ۱ ل - ۱ ل - ۱ ل - ۱ ل - ۱ ل - ۱ ل - ۱ ل - ۱ ل

(۱۲) ۱ - م ل + م ن ل - ل

(۱۳) ۱ م ل - (م + ن) ل + (ج + م + ن) ل - ل - ل - ل - ل

(۱۴) ل - ۱ ل + ۱ ل - ۱ ل

(۱۵) ۱ ل + (ب + ج + د) ل + (ب + ج + د) ل + (ب + ج + د) ل + (ب + ج + د) ل

جوابات مشق ۷

(۱) ۱ ل + ۱ ل + ۱ ل + ۱ ل (۲) ۱ ل - ۱ ل + ۱ ل + ۱ ل

(۳) ۱ ل + ۱ ل + ۱ ل + ۱ ل (۴) م ل - م ل + م ل + م ل

(۵) ۱ ل - ۱ ل + ۱ ل + ۱ ل + ۱ ل

(۶) ۱ ل - ۱ ل + (ب + ج) ل - ل - ل - ل - ل - ل - ل - ل - ل - ل

- (۸) ۹ و ۱۰ - ۱۱
 (۹) ۱۰ + ۱۱ + ۱۲ - ۱۳
 (۱۰) ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ - ۱۶
 (۱۱) ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ - ۱۹
 (۱۲) ۱۹ + ۲۰ + ۲۱ - ۲۲
 (۱۳) ۲۲ + ۲۳ + ۲۴ - ۲۵
 (۱۴) ۲۵ + ۲۶ + ۲۷ - ۲۸
 (۱۵) ۲۸ + ۲۹ + ۳۰ - ۳۱
 (۱۶) ۳۱ + ۳۲ + ۳۳ - ۳۴
 (۱۷) ۳۴ + ۳۵ + ۳۶ - ۳۷
 (۱۸) ۳۷ + ۳۸ + ۳۹ - ۴۰
 (۱۹) ۴۰ + ۴۱ + ۴۲ - ۴۳
 (۲۰) ۴۳ + ۴۴ + ۴۵ - ۴۶
 (۲۱) ۴۶ + ۴۷ + ۴۸ - ۴۹
 (۲۲) ۴۹ + ۵۰ + ۵۱ - ۵۲
 (۲۳) ۵۲ + ۵۳ + ۵۴ - ۵۵
 (۲۴) ۵۵ + ۵۶ + ۵۷ - ۵۸
 (۲۵) ۵۸ + ۵۹ + ۶۰ - ۶۱
 (۲۶) ۶۱ + ۶۲ + ۶۳ - ۶۴
 (۲۷) ۶۴ + ۶۵ + ۶۶ - ۶۷
 (۲۸) ۶۷ + ۶۸ + ۶۹ - ۷۰
 (۲۹) ۷۰ + ۷۱ + ۷۲ - ۷۳
 (۳۰) ۷۳ + ۷۴ + ۷۵ - ۷۶
 (۳۱) ۷۶ + ۷۷ + ۷۸ - ۷۹
 (۳۲) ۷۹ + ۸۰ + ۸۱ - ۸۲
 (۳۳) ۸۲ + ۸۳ + ۸۴ - ۸۵
 (۳۴) ۸۵ + ۸۶ + ۸۷ - ۸۸
 (۳۵) ۸۸ + ۸۹ + ۹۰ - ۹۱
 (۳۶) ۹۱ + ۹۲ + ۹۳ - ۹۴
 (۳۷) ۹۴ + ۹۵ + ۹۶ - ۹۷
 (۳۸) ۹۷ + ۹۸ + ۹۹ - ۱۰۰
 (۳۹) ۱۰۰ + ۱۰۱ + ۱۰۲ - ۱۰۳
 (۴۰) ۱۰۳ + ۱۰۴ + ۱۰۵ - ۱۰۶
 (۴۱) ۱۰۶ + ۱۰۷ + ۱۰۸ - ۱۰۹
 (۴۲) ۱۰۹ + ۱۱۰ + ۱۱۱ - ۱۱۲
 (۴۳) ۱۱۲ + ۱۱۳ + ۱۱۴ - ۱۱۵
 (۴۴) ۱۱۵ + ۱۱۶ + ۱۱۷ - ۱۱۸
 (۴۵) ۱۱۸ + ۱۱۹ + ۱۲۰ - ۱۲۱
 (۴۶) ۱۲۱ + ۱۲۲ + ۱۲۳ - ۱۲۴
 (۴۷) ۱۲۴ + ۱۲۵ + ۱۲۶ - ۱۲۷
 (۴۸) ۱۲۷ + ۱۲۸ + ۱۲۹ - ۱۳۰
 (۴۹) ۱۳۰ + ۱۳۱ + ۱۳۲ - ۱۳۳
 (۵۰) ۱۳۳ + ۱۳۴ + ۱۳۵ - ۱۳۶
 (۵۱) ۱۳۶ + ۱۳۷ + ۱۳۸ - ۱۳۹
 (۵۲) ۱۳۹ + ۱۴۰ + ۱۴۱ - ۱۴۲
 (۵۳) ۱۴۲ + ۱۴۳ + ۱۴۴ - ۱۴۵
 (۵۴) ۱۴۵ + ۱۴۶ + ۱۴۷ - ۱۴۸
 (۵۵) ۱۴۸ + ۱۴۹ + ۱۵۰ - ۱۵۱
 (۵۶) ۱۵۱ + ۱۵۲ + ۱۵۳ - ۱۵۴
 (۵۷) ۱۵۴ + ۱۵۵ + ۱۵۶ - ۱۵۷
 (۵۸) ۱۵۷ + ۱۵۸ + ۱۵۹ - ۱۶۰
 (۵۹) ۱۶۰ + ۱۶۱ + ۱۶۲ - ۱۶۳
 (۶۰) ۱۶۳ + ۱۶۴ + ۱۶۵ - ۱۶۶
 (۶۱) ۱۶۶ + ۱۶۷ + ۱۶۸ - ۱۶۹
 (۶۲) ۱۶۹ + ۱۷۰ + ۱۷۱ - ۱۷۲
 (۶۳) ۱۷۲ + ۱۷۳ + ۱۷۴ - ۱۷۵
 (۶۴) ۱۷۵ + ۱۷۶ + ۱۷۷ - ۱۷۸
 (۶۵) ۱۷۸ + ۱۷۹ + ۱۸۰ - ۱۸۱
 (۶۶) ۱۸۱ + ۱۸۲ + ۱۸۳ - ۱۸۴
 (۶۷) ۱۸۴ + ۱۸۵ + ۱۸۶ - ۱۸۷
 (۶۸) ۱۸۷ + ۱۸۸ + ۱۸۹ - ۱۹۰
 (۶۹) ۱۹۰ + ۱۹۱ + ۱۹۲ - ۱۹۳
 (۷۰) ۱۹۳ + ۱۹۴ + ۱۹۵ - ۱۹۶
 (۷۱) ۱۹۶ + ۱۹۷ + ۱۹۸ - ۱۹۹
 (۷۲) ۱۹۹ + ۲۰۰ + ۲۰۱ - ۲۰۲
 (۷۳) ۲۰۲ + ۲۰۳ + ۲۰۴ - ۲۰۵
 (۷۴) ۲۰۵ + ۲۰۶ + ۲۰۷ - ۲۰۸
 (۷۵) ۲۰۸ + ۲۰۹ + ۲۱۰ - ۲۱۱
 (۷۶) ۲۱۱ + ۲۱۲ + ۲۱۳ - ۲۱۴
 (۷۷) ۲۱۴ + ۲۱۵ + ۲۱۶ - ۲۱۷
 (۷۸) ۲۱۷ + ۲۱۸ + ۲۱۹ - ۲۲۰
 (۷۹) ۲۲۰ + ۲۲۱ + ۲۲۲ - ۲۲۳
 (۸۰) ۲۲۳ + ۲۲۴ + ۲۲۵ - ۲۲۶
 (۸۱) ۲۲۶ + ۲۲۷ + ۲۲۸ - ۲۲۹
 (۸۲) ۲۲۹ + ۲۳۰ + ۲۳۱ - ۲۳۲
 (۸۳) ۲۳۲ + ۲۳۳ + ۲۳۴ - ۲۳۵
 (۸۴) ۲۳۵ + ۲۳۶ + ۲۳۷ - ۲۳۸
 (۸۵) ۲۳۸ + ۲۳۹ + ۲۴۰ - ۲۴۱
 (۸۶) ۲۴۱ + ۲۴۲ + ۲۴۳ - ۲۴۴
 (۸۷) ۲۴۴ + ۲۴۵ + ۲۴۶ - ۲۴۷
 (۸۸) ۲۴۷ + ۲۴۸ + ۲۴۹ - ۲۵۰
 (۸۹) ۲۵۰ + ۲۵۱ + ۲۵۲ - ۲۵۳
 (۹۰) ۲۵۳ + ۲۵۴ + ۲۵۵ - ۲۵۶
 (۹۱) ۲۵۶ + ۲۵۷ + ۲۵۸ - ۲۵۹
 (۹۲) ۲۵۹ + ۲۶۰ + ۲۶۱ - ۲۶۲
 (۹۳) ۲۶۲ + ۲۶۳ + ۲۶۴ - ۲۶۵
 (۹۴) ۲۶۵ + ۲۶۶ + ۲۶۷ - ۲۶۸
 (۹۵) ۲۶۸ + ۲۶۹ + ۲۷۰ - ۲۷۱
 (۹۶) ۲۷۱ + ۲۷۲ + ۲۷۳ - ۲۷۴
 (۹۷) ۲۷۴ + ۲۷۵ + ۲۷۶ - ۲۷۷
 (۹۸) ۲۷۷ + ۲۷۸ + ۲۷۹ - ۲۸۰
 (۹۹) ۲۸۰ + ۲۸۱ + ۲۸۲ - ۲۸۳
 (۱۰۰) ۲۸۳ + ۲۸۴ + ۲۸۵ - ۲۸۶
 (۱۰۱) ۲۸۶ + ۲۸۷ + ۲۸۸ - ۲۸۹
 (۱۰۲) ۲۸۹ + ۲۹۰ + ۲۹۱ - ۲۹۲
 (۱۰۳) ۲۹۲ + ۲۹۳ + ۲۹۴ - ۲۹۵
 (۱۰۴) ۲۹۵ + ۲۹۶ + ۲۹۷ - ۲۹۸
 (۱۰۵) ۲۹۸ + ۲۹۹ + ۳۰۰ - ۳۰۱
 (۱۰۶) ۳۰۱ + ۳۰۲ + ۳۰۳ - ۳۰۴
 (۱۰۷) ۳۰۴ + ۳۰۵ + ۳۰۶ - ۳۰۷
 (۱۰۸) ۳۰۷ + ۳۰۸ + ۳۰۹ - ۳۱۰
 (۱۰۹) ۳۱۰ + ۳۱۱ + ۳۱۲ - ۳۱۳
 (۱۱۰) ۳۱۳ + ۳۱۴ + ۳۱۵ - ۳۱۶
 (۱۱۱) ۳۱۶ + ۳۱۷ + ۳۱۸ - ۳۱۹
 (۱۱۲) ۳۱۹ + ۳۲۰ + ۳۲۱ - ۳۲۲
 (۱۱۳) ۳۲۲ + ۳۲۳ + ۳۲۴ - ۳۲۵
 (۱۱۴) ۳۲۵ + ۳۲۶ + ۳۲۷ - ۳۲۸
 (۱۱۵) ۳۲۸ + ۳۲۹ + ۳۳۰ - ۳۳۱
 (۱۱۶) ۳۳۱ + ۳۳۲ + ۳۳۳ - ۳۳۴
 (۱۱۷) ۳۳۴ + ۳۳۵ + ۳۳۶ - ۳۳۷
 (۱۱۸) ۳۳۷ + ۳۳۸ + ۳۳۹ - ۳۴۰
 (۱۱۹) ۳۴۰ + ۳۴۱ + ۳۴۲ - ۳۴۳
 (۱۲۰) ۳۴۳ + ۳۴۴ + ۳۴۵ - ۳۴۶
 (۱۲۱) ۳۴۶ + ۳۴۷ + ۳۴۸ - ۳۴۹
 (۱۲۲) ۳۴۹ + ۳۵۰ + ۳۵۱ - ۳۵۲
 (۱۲۳) ۳۵۲ + ۳۵۳ + ۳۵۴ - ۳۵۵
 (۱۲۴) ۳۵۵ + ۳۵۶ + ۳۵۷ - ۳۵۸
 (۱۲۵) ۳۵۸ + ۳۵۹ + ۳۶۰ - ۳۶۱
 (۱۲۶) ۳۶۱ + ۳۶۲ + ۳۶۳ - ۳۶۴
 (۱۲۷) ۳۶۴ + ۳۶۵ + ۳۶۶ - ۳۶۷
 (۱۲۸) ۳۶۷ + ۳۶۸ + ۳۶۹ - ۳۷۰
 (۱۲۹) ۳۷۰ + ۳۷۱ + ۳۷۲ - ۳۷۳
 (۱۳۰) ۳۷۳ + ۳۷۴ + ۳۷۵ - ۳۷۶
 (۱۳۱) ۳۷۶ + ۳۷۷ + ۳۷۸ - ۳۷۹
 (۱۳۲) ۳۷۹ + ۳۸۰ + ۳۸۱ - ۳۸۲
 (۱۳۳) ۳۸۲ + ۳۸۳ + ۳۸۴ - ۳۸۵
 (۱۳۴) ۳۸۵ + ۳۸۶ + ۳۸۷ - ۳۸۸
 (۱۳۵) ۳۸۸ + ۳۸۹ + ۳۹۰ - ۳۹۱
 (۱۳۶) ۳۹۱ + ۳۹۲ + ۳۹۳ - ۳۹۴
 (۱۳۷) ۳۹۴ + ۳۹۵ + ۳۹۶ - ۳۹۷
 (۱۳۸) ۳۹۷ + ۳۹۸ + ۳۹۹ - ۴۰۰
 (۱۳۹) ۴۰۰ + ۴۰۱ + ۴۰۲ - ۴۰۳
 (۱۴۰) ۴۰۳ + ۴۰۴ + ۴۰۵ - ۴۰۶
 (۱۴۱) ۴۰۶ + ۴۰۷ + ۴۰۸ - ۴۰۹
 (۱۴۲) ۴۰۹ + ۴۱۰ + ۴۱۱ - ۴۱۲
 (۱۴۳) ۴۱۲ + ۴۱۳ + ۴۱۴ - ۴۱۵
 (۱۴۴) ۴۱۵ + ۴۱۶ + ۴۱۷ - ۴۱۸
 (۱۴۵) ۴۱۸ + ۴۱۹ + ۴۲۰ - ۴۲۱
 (۱۴۶) ۴۲۱ + ۴۲۲ + ۴۲۳ - ۴۲۴
 (۱۴۷) ۴۲۴ + ۴۲۵ + ۴۲۶ - ۴۲۷
 (۱۴۸) ۴۲۷ + ۴۲۸ + ۴۲۹ - ۴۳۰
 (۱۴۹) ۴۳۰ + ۴۳۱ + ۴۳۲ - ۴۳۳
 (۱۵۰) ۴۳۳ + ۴۳۴ + ۴۳۵ - ۴۳۶
 (۱۵۱) ۴۳۶ + ۴۳۷ + ۴۳۸ - ۴۳۹
 (۱۵۲) ۴۳۹ + ۴۴۰ + ۴۴۱ - ۴۴۲
 (۱۵۳) ۴۴۲ + ۴۴۳ + ۴۴۴ - ۴۴۵
 (۱۵۴) ۴۴۵ + ۴۴۶ + ۴۴۷ - ۴۴۸
 (۱۵۵) ۴۴۸ + ۴۴۹ + ۴۵۰ - ۴۵۱
 (۱۵۶) ۴۵۱ + ۴۵۲ + ۴۵۳ - ۴۵۴
 (۱۵۷) ۴۵۴ + ۴۵۵ + ۴۵۶ - ۴۵۷
 (۱۵۸) ۴۵۷ + ۴۵۸ + ۴۵۹ - ۴۶۰
 (۱۵۹) ۴۶۰ + ۴۶۱ + ۴۶۲ - ۴۶۳
 (۱۶۰) ۴۶۳ + ۴۶۴ + ۴۶۵ - ۴۶۶
 (۱۶۱) ۴۶۶ + ۴۶۷ + ۴۶۸ - ۴۶۹
 (۱۶۲) ۴۶۹ + ۴۷۰ + ۴۷۱ - ۴۷۲
 (۱۶۳) ۴۷۲ + ۴۷۳ + ۴۷۴ - ۴۷۵
 (۱۶۴) ۴۷۵ + ۴۷۶ + ۴۷۷ - ۴۷۸
 (۱۶۵) ۴۷۸ + ۴۷۹ + ۴۸۰ - ۴۸۱
 (۱۶۶) ۴۸۱ + ۴۸۲ + ۴۸۳ - ۴۸۴
 (۱۶۷) ۴۸۴ + ۴۸۵ + ۴۸۶ - ۴۸۷
 (۱۶۸) ۴۸۷ + ۴۸۸ + ۴۸۹ - ۴۹۰
 (۱۶۹) ۴۹۰ + ۴۹۱ + ۴۹۲ - ۴۹۳
 (۱۷۰) ۴۹۳ + ۴۹۴ + ۴۹۵ - ۴۹۶
 (۱۷۱) ۴۹۶ + ۴۹۷ + ۴۹۸ - ۴۹۹
 (۱۷۲) ۴۹۹ + ۵۰۰ + ۵۰۱ - ۵۰۲
 (۱۷۳) ۵۰۲ + ۵۰۳ + ۵۰۴ - ۵۰۵
 (۱۷۴) ۵۰۵ + ۵۰۶ + ۵۰۷ - ۵۰۸
 (۱۷۵) ۵۰۸ + ۵۰۹ + ۵۱۰ - ۵۱۱
 (۱۷۶) ۵۱۱ + ۵۱۲ + ۵۱۳ - ۵۱۴
 (۱۷۷) ۵۱۴ + ۵۱۵ + ۵۱۶ - ۵۱۷
 (۱۷۸) ۵۱۷ + ۵۱۸ + ۵۱۹ - ۵۲۰
 (۱۷۹) ۵۲۰ + ۵۲۱ + ۵۲۲ - ۵۲۳
 (۱۸۰) ۵۲۳ + ۵۲۴ + ۵۲۵ - ۵۲۶
 (۱۸۱) ۵۲۶ + ۵۲۷ + ۵۲۸ - ۵۲۹
 (۱۸۲) ۵۲۹ + ۵۳۰ + ۵۳۱ - ۵۳۲
 (۱۸۳) ۵۳۲ + ۵۳۳ + ۵۳۴ - ۵۳۵
 (۱۸۴) ۵۳۵ + ۵۳۶ + ۵۳۷ - ۵۳۸
 (۱۸۵) ۵۳۸ + ۵۳۹ + ۵۴۰ - ۵۴۱
 (۱۸۶) ۵۴۱ + ۵۴۲ + ۵۴۳ - ۵۴۴
 (۱۸۷) ۵۴۴ + ۵۴۵ + ۵۴۶ - ۵۴۷
 (۱۸۸) ۵۴۷ + ۵۴۸ + ۵۴۹ - ۵۵۰
 (۱۸۹) ۵۵۰ + ۵۵۱ + ۵۵۲ - ۵۵۳
 (۱۹۰) ۵۵۳ + ۵۵۴ + ۵۵۵ - ۵۵۶
 (۱۹۱) ۵۵۶ + ۵۵۷ + ۵۵۸ - ۵۵۹
 (۱۹۲) ۵۵۹ + ۵۶۰ + ۵۶۱ - ۵۶۲
 (۱۹۳) ۵۶۲ + ۵۶۳ + ۵۶۴ - ۵۶۵
 (۱۹۴) ۵۶۵ + ۵۶۶ + ۵۶۷ - ۵۶۸
 (۱۹۵) ۵۶۸ + ۵۶۹ + ۵۷۰ - ۵۷۱
 (۱۹۶) ۵۷۱ + ۵۷۲ + ۵۷۳ - ۵۷۴
 (۱۹۷) ۵۷۴ + ۵۷۵ + ۵۷۶ - ۵۷۷
 (۱۹۸) ۵۷۷ + ۵۷۸ + ۵۷۹ - ۵۸۰
 (۱۹۹) ۵۸۰ + ۵۸۱ + ۵۸۲ - ۵۸۳
 (۲۰۰) ۵۸۳ + ۵۸۴ + ۵۸۵ - ۵۸۶
 (۲۰۱) ۵۸۶ + ۵۸۷ + ۵۸۸ - ۵۸۹
 (۲۰۲) ۵۸۹ + ۵۹۰ + ۵۹۱ - ۵۹۲
 (۲۰۳) ۵۹۲ + ۵۹۳ + ۵۹۴ - ۵۹۵
 (۲۰۴) ۵۹۵ + ۵۹۶ + ۵۹۷ - ۵۹۸
 (۲۰۵) ۵۹۸ + ۵۹۹ + ۶۰۰ - ۶۰۱
 (۲۰۶) ۶۰۱ + ۶۰۲ + ۶۰۳ - ۶۰۴
 (۲۰۷) ۶۰۴ + ۶۰۵ + ۶۰۶ - ۶۰۷
 (۲۰۸) ۶۰۷ + ۶۰۸ + ۶۰۹ - ۶۱۰
 (۲۰۹) ۶۱۰ + ۶۱۱ + ۶۱۲ - ۶۱۳
 (۲۱۰) ۶۱۳ + ۶۱۴ + ۶۱۵ - ۶۱۶
 (۲۱۱) ۶۱۶ + ۶۱۷ + ۶۱۸ - ۶۱۹
 (۲۱۲) ۶۱۹ + ۶۲۰ + ۶۲۱ - ۶۲۲
 (۲۱۳) ۶۲۲ + ۶۲۳ + ۶۲۴ - ۶۲۵
 (۲۱۴) ۶۲۵ + ۶۲۶ + ۶۲۷ - ۶۲۸
 (۲۱۵) ۶۲۸ + ۶۲۹ + ۶۳۰ - ۶۳۱
 (۲۱۶) ۶۳۱ + ۶۳۲ + ۶۳۳ - ۶۳۴
 (۲۱۷) ۶۳۴ + ۶۳۵ + ۶۳۶ - ۶۳۷
 (۲۱۸) ۶۳۷ + ۶۳۸ + ۶۳۹ - ۶۴۰
 (۲۱۹) ۶۴۰ + ۶۴۱ + ۶۴۲ - ۶۴۳
 (۲۲۰) ۶۴۳ + ۶۴۴ + ۶۴۵ - ۶۴۶
 (۲۲۱) ۶۴۶ + ۶۴۷ + ۶۴۸ - ۶۴۹
 (۲۲۲) ۶۴۹ + ۶۵۰ + ۶۵۱ - ۶۵۲
 (۲۲۳) ۶۵۲ + ۶۵۳ + ۶۵۴ - ۶۵۵
 (۲۲۴) ۶۵۵ + ۶۵۶ + ۶۵۷ - ۶۵۸
 (۲۲۵) ۶۵۸ + ۶۵۹ + ۶۶۰ - ۶۶۱
 (۲۲۶) ۶۶۱ + ۶۶۲ + ۶۶۳ - ۶۶۴
 (۲۲۷) ۶۶۴ + ۶۶۵ + ۶۶۶ - ۶۶۷
 (۲۲۸) ۶۶۷ + ۶۶۸ + ۶۶۹ - ۶۷۰
 (۲۲۹) ۶۷۰ + ۶۷۱ + ۶۷۲ - ۶۷۳
 (۲۳۰) ۶۷۳ + ۶۷۴ + ۶۷۵ - ۶۷۶
 (۲۳۱) ۶۷۶ + ۶۷۷ + ۶۷۸ - ۶۷۹
 (۲۳۲) ۶۷۹ + ۶۸۰ + ۶۸۱ - ۶۸۲
 (۲۳۳) ۶۸۲ + ۶۸۳ + ۶۸۴ - ۶۸۵
 (۲۳۴) ۶۸۵ + ۶۸۶ + ۶۸۷ - ۶۸۸
 (۲۳۵) ۶۸۸ + ۶۸۹ + ۶۹۰ - ۶۹۱
 (۲۳۶) ۶۹۱ + ۶۹۲ + ۶۹۳ - ۶۹۴
 (۲۳۷) ۶۹۴ + ۶۹۵ + ۶۹۶ - ۶۹۷
 (۲۳۸) ۶۹۷ + ۶۹۸ + ۶۹۹ - ۷۰۰
 (۲۳۹) ۷۰۰ + ۷۰۱ + ۷۰۲ - ۷۰۳
 (۲۴۰) ۷۰۳ + ۷۰۴ + ۷۰۵ - ۷۰۶
 (۲۴۱) ۷۰۶ + ۷۰۷ + ۷۰۸ - ۷۰۹
 (۲۴۲) ۷۰۹ + ۷۱۰ + ۷۱۱ - ۷۱۲
 (۲۴۳) ۷۱۲ + ۷۱۳ + ۷۱۴ - ۷۱۵
 (۲۴۴) ۷۱۵ + ۷۱۶ + ۷۱۷ - ۷۱۸
 (۲۴۵) ۷۱۸ + ۷۱۹ + ۷۲۰ - ۷۲۱
 (۲۴۶) ۷۲۱ + ۷۲۲ + ۷۲۳ - ۷۲۴
 (۲۴۷) ۷۲۴ + ۷۲۵ + ۷۲۶ - ۷۲۷
 (۲۴۸) ۷۲۷ + ۷۲۸ + ۷۲۹ - ۷۳۰
 (۲۴۹) ۷۳۰ + ۷۳۱ + ۷۳۲ - ۷۳۳
 (۲۵۰) ۷۳۳ + ۷۳۴ + ۷۳۵ - ۷۳۶
 (۲۵۱) ۷۳۶ + ۷۳۷ + ۷۳۸ - ۷۳۹
 (۲۵۲) ۷۳۹ + ۷۴۰ + ۷۴۱ - ۷۴۲
 (۲۵۳) ۷۴۲ + ۷۴۳ + ۷۴۴ - ۷۴۵
 (۲۵۴) ۷۴۵ + ۷۴۶ + ۷۴۷ - ۷۴۸
 (۲۵۵) ۷۴۸ + ۷۴۹ + ۷۵۰ - ۷۵۱
 (۲۵۶) ۷۵۱ + ۷۵۲ + ۷۵۳ - ۷۵۴
 (۲۵۷) ۷۵۴ + ۷۵۵ + ۷۵۶ - ۷۵۷
 (۲۵۸) ۷۵۷ + ۷۵۸ + ۷۵۹ - ۷۶۰
 (۲۵۹) ۷۶۰ + ۷۶۱ + ۷۶۲ - ۷۶۳
 (۲۶۰) ۷۶۳ + ۷۶۴ + ۷۶۵ - ۷۶۶
 (۲۶۱) ۷۶۶ + ۷۶۷ + ۷۶۸ - ۷۶۹
 (۲۶۲) ۷۶۹ + ۷۷۰ + ۷۷۱ - ۷۷۲
 (۲۶۳) ۷۷۲ + ۷۷۳ + ۷۷۴ - ۷۷۵
 (۲۶۴) ۷۷۵ + ۷۷۶ + ۷۷۷ - ۷۷۸
 (۲۶۵) ۷۷۸ + ۷۷۹ + ۷۸۰ - ۷۸۱
 (۲۶۶) ۷۸۱ + ۷۸۲ + ۷۸۳ - ۷۸۴
 (۲۶۷) ۷۸۴ + ۷۸۵ + ۷۸۶ - ۷۸۷
 (۲۶۸) ۷۸۷ + ۷۸۸ + ۷۸۹ - ۷۹۰
 (۲۶۹) ۷۹۰ + ۷۹۱ + ۷۹۲ - ۷۹۳
 (۲۷۰) ۷۹۳ + ۷۹۴ + ۷۹۵ - ۷۹۶
 (۲۷۱) ۷۹۶ + ۷۹۷ + ۷۹۸ - ۷۹۹
 (۲۷۲) ۷۹۹ + ۸۰۰ + ۸۰۱ - ۸۰۲
 (۲۷۳) ۸۰۲ + ۸۰۳ + ۸۰۴ - ۸۰۵
 (۲۷۴) ۸۰۵ + ۸۰۶ + ۸۰۷ - ۸۰۸
 (۲۷۵) ۸۰۸ + ۸۰۹ + ۸۱۰ - ۸۱۱
 (۲۷۶) ۸۱۱ + ۸۱۲ + ۸۱۳ - ۸۱۴
 (۲۷۷) ۸۱۴ + ۸۱۵ + ۸۱۶ - ۸۱۷
 (۲۷۸) ۸۱۷ + ۸۱۸ + ۸۱۹ - ۸۲۰
 (۲۷۹) ۸۲۰ + ۸۲۱ + ۸۲۲ - ۸۲۳
 (۲۸۰) ۸۲۳ + ۸۲۴ + ۸۲۵ - ۸۲۶
 (۲۸۱) ۸۲۶ + ۸۲۷ + ۸۲۸ - ۸۲۹
 (۲۸۲) ۸۲۹ + ۸۳۰ + ۸۳۱ - ۸۳۲
 (۲۸۳) ۸۳۲ + ۸۳۳ + ۸۳۴ - ۸۳۵
 (۲۸۴) ۸۳۵ + ۸۳۶ + ۸۳۷ - ۸۳۸
 (۲۸۵) ۸۳۸ + ۸۳۹ + ۸۴۰ - ۸۴۱
 (۲۸۶) ۸۴۱ + ۸۴۲ + ۸۴۳ - ۸۴۴
 (۲۸۷) ۸۴۴ + ۸۴۵ + ۸۴۶ - ۸۴۷
 (۲۸۸) ۸۴۷ + ۸۴۸ + ۸۴۹ - ۸۵۰
 (۲۸۹) ۸۵۰ + ۸۵۱ + ۸۵۲ - ۸۵۳
 (۲۹۰) ۸۵۳ + ۸۵۴ + ۸۵۵ - ۸۵۶
 (۲۹۱) ۸۵۶ + ۸۵۷ + ۸۵۸ - ۸۵۹
 (۲۹۲) ۸۵۹ + ۸۶۰ + ۸۶۱ - ۸۶۲
 (۲۹۳) ۸۶۲ + ۸۶۳ + ۸۶۴ - ۸۶۵
 (۲۹۴) ۸۶۵ + ۸۶۶ + ۸۶۷ - ۸۶۸
 (۲۹۵) ۸۶۸ + ۸۶۹ + ۸۷۰ - ۸۷۱
 (۲۹۶) ۸۷۱ + ۸۷۲ + ۸۷۳ - ۸۷۴
 (۲۹۷) ۸۷۴ + ۸۷۵ + ۸۷۶ - ۸۷۷
 (۲۹۸) ۸۷۷ + ۸۷۸ + ۸۷۹ - ۸۸۰
 (۲۹۹) ۸۸۰ + ۸۸۱ + ۸۸۲ - ۸۸۳
 (۳۰۰) ۸۸۳ + ۸۸۴ + ۸۸۵ - ۸۸۶
 (۳۰۱) ۸۸۶ + ۸۸۷ + ۸۸۸ - ۸۸۹
 (۳۰۲) ۸۸۹ + ۸۹۰ + ۸۹۱ - ۸۹۲
 (۳۰۳) ۸۹۲ + ۸۹۳ + ۸۹۴ - ۸۹۵
 (۳۰۴) ۸۹۵ + ۸۹۶

$$(۳) \quad \text{و} + \text{ا} + \text{ب} + \text{ل} + (\text{ب} + \text{ع} + \text{ا}) + \text{ل} + \text{ا} + \text{ب} + \text{ح} + \text{ل} + \text{ا} + \text{ل}$$

$$(۴) \quad \text{و} + \text{ا} + \text{ب} + \text{ل} + (\text{ب} - \text{ر} + \text{ل} + \text{ح}) + \text{ل} - \text{ا} + \text{ب} + \text{ح} + \text{ل} + \text{ا} + \text{ل}$$

$$(۵) \quad \text{و} - \text{ا} + \text{ب} + \text{و} + \text{ب} - \text{ا} + \text{ب} + \text{ا} + \text{و} + \text{ب} - \text{ا} + \text{ب} + \text{ا} + \text{و} + \text{ب}$$

$$(۶) \quad ۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ + ۷ + ۸ + ۹ + ۱۰ + ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰$$

$$(۷) \quad ۲ - ۳ + ۴ - ۵ + ۶ + ۷ - ۸ + ۹ - ۱۰ + ۱۱ + ۱۲ - ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ - ۱۶ + ۱۷$$

$$(۸) \quad ۱ - ۲ + ۳ - ۴ + ۵ - ۶ + ۷ - ۸ + ۹ - ۱۰ + ۱۱ - ۱۲ + ۱۳ - ۱۴ + ۱۵ - ۱۶ + ۱۷ - ۱۸ + ۱۹ - ۲۰$$

$$(۹) \quad ۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ + ۷ + ۸ + ۹ + ۱۰ + ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰$$

$$(۱۰) \quad ۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ + ۷ + ۸ + ۹ + ۱۰ + ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰$$

جوابات امثله ۱۴

$$(۱) \quad \text{و} + \text{ا} + \text{ب} + \text{ح} + \text{ا} + (\text{و} - \text{ا} - \text{ب} - \text{ح})$$

$$(۲) \quad ۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ + ۷ + ۸ + ۹ + ۱۰ + ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰$$

$$(۳) \quad ۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ + ۷ + ۸ + ۹ + ۱۰ + ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰$$

$$(۱) \quad ۱ + ۱۳ + ۱۵۳ + ۱۳۰۵ - ۱۰۰۰۰ - ۱۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰ - ۱۰۰۰۰$$

$$(۲) \quad ۳ - ۱۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰۰ + ۱۰۰۰۰ - ۱۰۰۰۰۰ - ۱۰۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰۰ - ۱۰۰۰۰۰$$

$$(۳) \quad ۱ - ۱۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰۰ + ۱۰۰۰۰ - ۱۰۰۰۰۰ - ۱۰۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰۰ - ۱۰۰۰۰۰$$

$$(۴) \quad ۱ + ۱۰ - ۱۰۰ + ۱۰۰۰ - ۱۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰۰ - ۱۰۰۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰۰۰ - ۱۰۰۰۰۰۰$$

$$(۵) \quad ۵ + ۱۰ - ۱۰۰ + ۱۰۰۰ - ۱۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰۰ - ۱۰۰۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰۰۰ - ۱۰۰۰۰۰۰$$

$$(۶) \quad ۱ + ۱۰ - ۱۰۰ + ۱۰۰۰ - ۱۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰۰ - ۱۰۰۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰۰۰ - ۱۰۰۰۰۰۰$$

$$(۷) \quad ۱ + ۱۰ - ۱۰۰ + ۱۰۰۰ - ۱۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰۰ - ۱۰۰۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰۰۰ - ۱۰۰۰۰۰۰$$

$$(۸) \quad ۱ - ۱۰ + ۱۰۰ - ۱۰۰۰ + ۱۰۰۰۰ - ۱۰۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰۰۰ - ۱۰۰۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰۰۰$$

جوابات مشق ۳۳

باقی

$$(۱) \quad ۱ + ۱۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰۰$$

$$(۲) \quad ۱۰۰ + ۱۰۰۰ + ۱۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰۰۰$$

$$(۳) \quad ۱ + ۱۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰۰$$

$$(۴) \quad ۱۰ - ۱۰۰$$

$$(۵) \quad ۱۱ - ۱۰۰ + ۱۰۰۰$$

$$(۶) \quad ۵۴ - ۱۰۰$$

$$(۷) \quad ۲ + ۱۰۰ + ۱۰۰۰ - ۱۰۰۰۰$$

$$(۸) \quad ۱ + ۱۰۰ + ۱۰۰۰$$

$$(۹) \quad ۱۰۰۰$$

$$(۱۰) \quad ۱۰۰ - ۱۰۰۰$$

جوابات مشق ۳۴

$$(۱) \quad \frac{۱}{۱۰۰} \quad (۲) \quad \frac{۱}{۱۰۰} \quad (۳) \quad \frac{۱}{۱۰۰} \quad (۴) \quad \frac{۱}{۱۰۰}$$

$$(۵) \quad \frac{۱}{۱۰۰} \quad (۶) \quad \frac{۱}{۱۰۰} \quad (۷) \quad \frac{۱}{۱۰۰} \quad (۸) \quad \frac{۱}{۱۰۰}$$

$$(۹) \quad \frac{۱}{۱۰۰} \quad (۱۰) \quad \frac{۱}{۱۰۰} \quad (۱۱) \quad \frac{۱}{۱۰۰} \quad (۱۲) \quad \frac{۱}{۱۰۰}$$

$$(۱۳) \quad \frac{۱}{۱۰۰} \quad (۱۴) \quad \frac{۱}{۱۰۰} \quad (۱۵) \quad \frac{۱}{۱۰۰} \quad (۱۶) \quad \frac{۱}{۱۰۰}$$

جوابات مشق ۳۵

$$(۱) \quad \frac{۱}{۱۰۰} \quad (۲) \quad \frac{۱}{۱۰۰} \quad (۳) \quad \frac{۱}{۱۰۰} \quad (۴) \quad \frac{۱}{۱۰۰}$$

(۳) $\frac{m}{m^2 - 1} + \frac{c}{c^2 - 1} + \frac{q}{q^2 - 1}$ و (۴) $\frac{a}{a^2 - 1} + \frac{b}{b^2 - 1} + \frac{d}{d^2 - 1}$
 (۵) $\frac{(1-m)}{m^2 - 1}, \frac{(1-c)}{c^2 - 1}, \frac{(1-q)}{q^2 - 1}$ و (۶) $\frac{r}{r^2 - 1}, \frac{r^2 + r + 1}{r^2 - 1}, \frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 1}$
 (۷) $\frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 1}, \frac{r^2 + r + 1}{r^2 - 1}, \frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 1}$

جوابات مشق ۴

(۱) $\frac{r^2 + r + 1}{r^2 - 1}$ (۲) $\frac{r}{r^2 - 1}$ (۳) $\frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 1}$
 (۴) $\frac{(1-m)}{m^2 - 1}$ (۵) $\frac{(1-c)}{c^2 - 1}$ (۶) $\frac{(1-q)}{q^2 - 1}$ (۷) $\frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 1}$
 (۸) $\frac{r^2 + r + 1}{r^2 - 1}$ (۹) $\frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 1}$ (۱۰) $\frac{r^2 + r + 1}{r^2 - 1}$
 (۱۱) $\frac{r^2 + r + 1}{r^2 - 1}$ (۱۲) $\frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 1}$ (۱۳) $\frac{r^2 + r + 1}{r^2 - 1}$
 (۱۴) $\frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 1}$ (۱۵) $\frac{r^2 + r + 1}{r^2 - 1}$ (۱۶) $\frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 1}$
 (۱۷) $\frac{r^2 + r + 1}{r^2 - 1}$ (۱۸) $\frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 1}$ (۱۹) $\frac{r^2 + r + 1}{r^2 - 1}$
 (۲۰) $\frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 1}$

(۲۱) $\frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 1}$ (۲۲) $\frac{r^2 + r + 1}{r^2 - 1}$ (۲۳) $\frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 1}$
 (۲۴) $\frac{r^2 + r + 1}{r^2 - 1}$ (۲۵) $\frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 1}$ (۲۶) $\frac{r^2 + r + 1}{r^2 - 1}$
 (۲۷) $\frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 1}$ (۲۸) $\frac{r^2 + r + 1}{r^2 - 1}$ (۲۹) $\frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 1}$
 (۳۰) $\frac{r^2 + r + 1}{r^2 - 1}$

جوابات مشق ۵

(۱) $\frac{r^2 + r + 1}{r^2 - 1}$ (۲) $\frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 1}$ (۳) $\frac{r^2 + r + 1}{r^2 - 1}$
 (۴) $\frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 1}$ (۵) $\frac{r^2 + r + 1}{r^2 - 1}$ (۶) $\frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 1}$
 (۷) $\frac{r^2 + r + 1}{r^2 - 1}$ (۸) $\frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 1}$ (۹) $\frac{r^2 + r + 1}{r^2 - 1}$
 (۱۰) $\frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 1}$

جوابات مشق ۶

(۱) $\frac{r^2 + r + 1}{r^2 - 1}$ (۲) $\frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 1}$ (۳) $\frac{r^2 + r + 1}{r^2 - 1}$
 (۴) $\frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 1}$ (۵) $\frac{r^2 + r + 1}{r^2 - 1}$ (۶) $\frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 1}$
 (۷) $\frac{r^2 + r + 1}{r^2 - 1}$ (۸) $\frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 1}$ (۹) $\frac{r^2 + r + 1}{r^2 - 1}$
 (۱۰) $\frac{r^2 - r + 1}{r^2 - 1}$

$$\begin{aligned}
 ۳ = ل(۵) \quad ۳ = ل(۶) \quad \frac{۱}{۲} = ل(۳) \quad ۳ = ل(۲) \quad ۸ = ل(۱) \\
 \frac{۱}{۲} = ل(۱۰) \quad ۹ = ل(۹) \quad \frac{۱}{۲} = ل(۸) \quad ۳ = ل(۷) \quad ۴ = ل(۶) \\
 ۴ = ل(۱۵) \quad ۱ = ل(۱۴) \quad ۱ = ل(۱۳) \quad ۴ = ل(۱۲) \quad ۲ = ل(۱۱) \\
 ۷ = ل(۲۰) \quad ۲ = ل(۱۹) \quad ۲ = ل(۱۸) \quad ۳ = ل(۱۷) \quad \frac{۲}{۳} = ل(۱۶) \\
 (۲۱) = ل\left(\frac{۲}{۳}\right) \quad (۲۲) = ل\left(\frac{۲}{۳}\right) \quad (۲۳) = ل\left(\frac{۲}{۳}\right) \quad (۲۴) = ل\left(\frac{۲}{۳}\right) \quad (۲۵) = ل\left(\frac{۲}{۳}\right)
 \end{aligned}$$

جوابات مشق ۳۱

$$\begin{aligned}
 ۲ = ل(۵) \quad ۲۸ = ل(۶) \quad \frac{۱}{۲} = ل(۳) \quad ۱۰۵ = ل(۲) \quad ۱۰۵ = ل(۱) \\
 \frac{۱}{۲} = ل(۱۱) \quad \frac{۱}{۲} = ل(۱۰) \quad ۴ = ل(۹) \quad ۱۰ = ل(۸) \quad ۳ = ل(۷) \quad \frac{۱}{۲} = ل(۶) \\
 \frac{۲}{۳} = ل(۱۷) \quad ۱۶ = ل(۱۵) \quad ۴ = ل(۱۴) \quad \frac{۵}{۳} = ل(۱۳) \quad ۱۴۵ = ل(۱۲) \\
 \frac{۷-۵}{۱۲} = ل(۱۹) \quad \frac{۷-۵-۱}{۷+۷+۱} = ل(۱۸) \quad \frac{۷-۱}{۷+۱} = ل(۱۷) \\
 \frac{۲}{۳} = ل(۲۳) \quad \frac{۱}{۷-۱} = ل(۲۲) \quad \frac{۳-۱}{۳-۱} = ل(۲۱) \quad \frac{۱}{۷} = ل(۲۰) \\
 \frac{۱}{۷-۱} = ل(۲۵) \quad \frac{۲}{۳} = ل(۲۴)
 \end{aligned}$$

جوابات مشق ۳۲

$$\begin{aligned}
 ۲ = ل(۵) \quad \frac{۵}{۱۲} = ل(۶) \quad \frac{۳}{۴} = ل(۳) \quad ۴ = ل(۲) \quad \frac{۱}{۴} = ل(۱) \\
 \frac{۱}{۲} = ل(۱۰) \quad \frac{۲}{۵} = ل(۹) \quad \frac{۵}{۸} = ل(۸) \quad \frac{۱}{۲} = ل(۷) \quad \frac{۱}{۲} = ل(۶) \quad ۲۵ = ل(۵) \\
 \frac{۴}{۸} = ل(۱۴) \quad \frac{۱}{۲} = ل(۱۳) \quad ۴ = ل(۱۲) \quad \frac{۱}{۲} = ل(۱۱) \quad \frac{۲}{۳} = ل(۱۰) \\
 ۱۰ = ل(۱۸) \quad ۹ = ل(۱۷) \quad \frac{۲}{۱۲} = ل(۱۶) \quad \frac{۲}{۳} = ل(۱۵) \\
 (۱۹) = ل(۲۰) \quad ۱ = ل(۲۱) \quad \frac{۲}{۳} = ل(۲۲) \quad \frac{۲}{۳} = ل(۲۳) \quad \frac{۲}{۳} = ل(۲۴) \\
 \frac{۲}{۳} = ل(۲۵) \quad \frac{۲}{۳} = ل(۲۶) \quad \frac{۲}{۳} = ل(۲۷) \quad \frac{۲}{۳} = ل(۲۸) \quad \frac{۲}{۳} = ل(۲۹) \\
 \frac{۲}{۳} = ل(۳۰) \quad \frac{۲}{۳} = ل(۳۱) \quad \frac{۲}{۳} = ل(۳۲) \quad \frac{۲}{۳} = ل(۳۳) \\
 \frac{۲}{۳} = ل(۳۴) \quad \frac{۲}{۳} = ل(۳۵) \quad \frac{۲}{۳} = ل(۳۶) \quad \frac{۲}{۳} = ل(۳۷) \quad \frac{۲}{۳} = ل(۳۸)
 \end{aligned}$$

جوابات سوالات ۳۳

- [illegible]

(۴۶) $\frac{ن + و + ن + و}{و + و}$, $\frac{ص + و + ص + و}{و + و}$, $\frac{ج + و + ج + و}{و + و}$ (۴۷) ۱۵ سطرید ویت

(۴۸) - ۹۰ آدوی (۴۹) دس لاکھ (۵۰) ۵۰۰ روپیہ ۳۴ روپیہ

جوابات نم ۴

- [illegible]

$$\frac{1}{2}, \pm (r) \frac{\sqrt{r} \pm 1}{r}, \frac{1}{r}, r - (r) \frac{\sqrt{r} \pm (r)}{r}, r - r(1)$$

(۵) ۳ و ۴ (۶) ۱ و ۲ و ۳
جوابات مشق ۳۶

- (۱) ۸ و ۸ (۲) ۸ و ۸ (۳) ۳ و ۴ (۴) ۴ و ۵ (۵) ۵ و ۶ (۶) ۶ و ۷ (۷) ۷ و ۸ (۸) ۸ و ۹ (۹) ۹ و ۱۰ (۱۰) ۱۰ و ۱۱ (۱۱) ۱۱ و ۱۲ (۱۲) ۱۲ و ۱۳ (۱۳) ۱۳ و ۱۴ (۱۴) ۱۴ و ۱۵ (۱۵) ۱۵ و ۱۶ (۱۶) ۱۶ و ۱۷ (۱۷) ۱۷ و ۱۸ (۱۸) ۱۸ و ۱۹ (۱۹) ۱۹ و ۲۰ (۲۰) ۲۰ و ۲۱ (۲۱) ۲۱ و ۲۲ (۲۲) ۲۲ و ۲۳ (۲۳) ۲۳ و ۲۴ (۲۴) ۲۴ و ۲۵ (۲۵) ۲۵ و ۲۶ (۲۶) ۲۶ و ۲۷ (۲۷) ۲۷ و ۲۸ (۲۸) ۲۸ و ۲۹ (۲۹) ۲۹ و ۳۰ (۳۰) ۳۰ و ۳۱ (۳۱) ۳۱ و ۳۲ (۳۲) ۳۲ و ۳۳ (۳۳) ۳۳ و ۳۴ (۳۴) ۳۴ و ۳۵ (۳۵) ۳۵ و ۳۶ (۳۶) ۳۶ و ۳۷ (۳۷) ۳۷ و ۳۸ (۳۸) ۳۸ و ۳۹ (۳۹) ۳۹ و ۴۰ (۴۰) ۴۰ و ۴۱ (۴۱) ۴۱ و ۴۲ (۴۲) ۴۲ و ۴۳ (۴۳) ۴۳ و ۴۴ (۴۴) ۴۴ و ۴۵ (۴۵) ۴۵ و ۴۶ (۴۶) ۴۶ و ۴۷ (۴۷) ۴۷ و ۴۸ (۴۸) ۴۸ و ۴۹ (۴۹) ۴۹ و ۵۰ (۵۰) ۵۰ و ۵۱ (۵۱) ۵۱ و ۵۲ (۵۲) ۵۲ و ۵۳ (۵۳) ۵۳ و ۵۴ (۵۴) ۵۴ و ۵۵ (۵۵) ۵۵ و ۵۶ (۵۶) ۵۶ و ۵۷ (۵۷) ۵۷ و ۵۸ (۵۸) ۵۸ و ۵۹ (۵۹) ۵۹ و ۶۰ (۶۰) ۶۰ و ۶۱ (۶۱) ۶۱ و ۶۲ (۶۲) ۶۲ و ۶۳ (۶۳) ۶۳ و ۶۴ (۶۴) ۶۴ و ۶۵ (۶۵) ۶۵ و ۶۶ (۶۶) ۶۶ و ۶۷ (۶۷) ۶۷ و ۶۸ (۶۸) ۶۸ و ۶۹ (۶۹) ۶۹ و ۷۰ (۷۰) ۷۰ و ۷۱ (۷۱) ۷۱ و ۷۲ (۷۲) ۷۲ و ۷۳ (۷۳) ۷۳ و ۷۴ (۷۴) ۷۴ و ۷۵ (۷۵) ۷۵ و ۷۶ (۷۶) ۷۶ و ۷۷ (۷۷) ۷۷ و ۷۸ (۷۸) ۷۸ و ۷۹ (۷۹) ۷۹ و ۸۰ (۸۰) ۸۰ و ۸۱ (۸۱) ۸۱ و ۸۲ (۸۲) ۸۲ و ۸۳ (۸۳) ۸۳ و ۸۴ (۸۴) ۸۴ و ۸۵ (۸۵) ۸۵ و ۸۶ (۸۶) ۸۶ و ۸۷ (۸۷) ۸۷ و ۸۸ (۸۸) ۸۸ و ۸۹ (۸۹) ۸۹ و ۹۰ (۹۰) ۹۰ و ۹۱ (۹۱) ۹۱ و ۹۲ (۹۲) ۹۲ و ۹۳ (۹۳) ۹۳ و ۹۴ (۹۴) ۹۴ و ۹۵ (۹۵) ۹۵ و ۹۶ (۹۶) ۹۶ و ۹۷ (۹۷) ۹۷ و ۹۸ (۹۸) ۹۸ و ۹۹ (۹۹) ۹۹ و ۱۰۰ (۱۰۰) ۱۰۰ و ۱۰۱ (۱۰۱) ۱۰۱ و ۱۰۲ (۱۰۲) ۱۰۲ و ۱۰۳ (۱۰۳) ۱۰۳ و ۱۰۴ (۱۰۴) ۱۰۴ و ۱۰۵ (۱۰۵) ۱۰۵ و ۱۰۶ (۱۰۶) ۱۰۶ و ۱۰۷ (۱۰۷) ۱۰۷ و ۱۰۸ (۱۰۸) ۱۰۸ و ۱۰۹ (۱۰۹) ۱۰۹ و ۱۱۰ (۱۱۰) ۱۱۰ و ۱۱۱ (۱۱۱) ۱۱۱ و ۱۱۲ (۱۱۲) ۱۱۲ و ۱۱۳ (۱۱۳) ۱۱۳ و ۱۱۴ (۱۱۴) ۱۱۴ و ۱۱۵ (۱۱۵) ۱۱۵ و ۱۱۶ (۱۱۶) ۱۱۶ و ۱۱۷ (۱۱۷) ۱۱۷ و ۱۱۸ (۱۱۸) ۱۱۸ و ۱۱۹ (۱۱۹) ۱۱۹ و ۱۲۰ (۱۲۰) ۱۲۰ و ۱۲۱ (۱۲۱) ۱۲۱ و ۱۲۲ (۱۲۲) ۱۲۲ و ۱۲۳ (۱۲۳) ۱۲۳ و ۱۲۴ (۱۲۴) ۱۲۴ و ۱۲۵ (۱۲۵) ۱۲۵ و ۱۲۶ (۱۲۶) ۱۲۶ و ۱۲۷ (۱۲۷) ۱۲۷ و ۱۲۸ (۱۲۸) ۱۲۸ و ۱۲۹ (۱۲۹) ۱۲۹ و ۱۳۰ (۱۳۰) ۱۳۰ و ۱۳۱ (۱۳۱) ۱۳۱ و ۱۳۲ (۱۳۲) ۱۳۲ و ۱۳۳ (۱۳۳) ۱۳۳ و ۱۳۴ (۱۳۴) ۱۳۴ و ۱۳۵ (۱۳۵) ۱۳۵ و ۱۳۶ (۱۳۶) ۱۳۶ و ۱۳۷ (۱۳۷) ۱۳۷ و ۱۳۸ (۱۳۸) ۱۳۸ و ۱۳۹ (۱۳۹) ۱۳۹ و ۱۴۰ (۱۴۰) ۱۴۰ و ۱۴۱ (۱۴۱) ۱۴۱ و ۱۴۲ (۱۴۲) ۱۴۲ و ۱۴۳ (۱۴۳) ۱۴۳ و ۱۴۴ (۱۴۴) ۱۴۴ و ۱۴۵ (۱۴۵) ۱۴۵ و ۱۴۶ (۱۴۶) ۱۴۶ و ۱۴۷ (۱۴۷) ۱۴۷ و ۱۴۸ (۱۴۸) ۱۴۸ و ۱۴۹ (۱۴۹) ۱۴۹ و ۱۵۰ (۱۵۰) ۱۵۰ و ۱۵۱ (۱۵۱) ۱۵۱ و ۱۵۲ (۱۵۲) ۱۵۲ و ۱۵۳ (۱۵۳) ۱۵۳ و ۱۵۴ (۱۵۴) ۱۵۴ و ۱۵۵ (۱۵۵) ۱۵۵ و ۱۵۶ (۱۵۶) ۱۵۶ و ۱۵۷ (۱۵۷) ۱۵۷ و ۱۵۸ (۱۵۸) ۱۵۸ و ۱۵۹ (۱۵۹) ۱۵۹ و ۱۶۰ (۱۶۰) ۱۶۰ و ۱۶۱ (۱۶۱) ۱۶۱ و ۱۶۲ (۱۶۲) ۱۶۲ و ۱۶۳ (۱۶۳) ۱۶۳ و ۱۶۴ (۱۶۴) ۱۶۴ و ۱۶۵ (۱۶۵) ۱۶۵ و ۱۶۶ (۱۶۶) ۱۶۶ و ۱۶۷ (۱۶۷) ۱۶۷ و ۱۶۸ (۱۶۸) ۱۶۸ و ۱۶۹ (۱۶۹) ۱۶۹ و ۱۷۰ (۱۷۰) ۱۷۰ و ۱۷۱ (۱۷۱) ۱۷۱ و ۱۷۲ (۱۷۲) ۱۷۲ و ۱۷۳ (۱۷۳) ۱۷۳ و ۱۷۴ (۱۷۴) ۱۷۴ و ۱۷۵ (۱۷۵) ۱۷۵ و ۱۷۶ (۱۷۶) ۱۷۶ و ۱۷۷ (۱۷۷) ۱۷۷ و ۱۷۸ (۱۷۸) ۱۷۸ و ۱۷۹ (۱۷۹) ۱۷۹ و ۱۸۰ (۱۸۰) ۱۸۰ و ۱۸۱ (۱۸۱) ۱۸۱ و ۱۸۲ (۱۸۲) ۱۸۲ و ۱۸۳ (۱۸۳) ۱۸۳ و ۱۸۴ (۱۸۴) ۱۸۴ و ۱۸۵ (۱۸۵) ۱۸۵ و ۱۸۶ (۱۸۶) ۱۸۶ و ۱۸۷ (۱۸۷) ۱۸۷ و ۱۸۸ (۱۸۸) ۱۸۸ و ۱۸۹ (۱۸۹) ۱۸۹ و ۱۹۰ (۱۹۰) ۱۹۰ و ۱۹۱ (۱۹۱) ۱۹۱ و ۱۹۲ (۱۹۲) ۱۹۲ و ۱۹۳ (۱۹۳) ۱۹۳ و ۱۹۴ (۱۹۴) ۱۹۴ و ۱۹۵ (۱۹۵) ۱۹۵ و ۱۹۶ (۱۹۶) ۱۹۶ و ۱۹۷ (۱۹۷) ۱۹۷ و ۱۹۸ (۱۹۸) ۱۹۸ و ۱۹۹ (۱۹۹) ۱۹۹ و ۲۰۰ (۲۰۰) ۲۰۰ و ۲۰۱ (۲۰۱) ۲۰۱ و ۲۰۲ (۲۰۲) ۲۰۲ و ۲۰۳ (۲۰۳) ۲۰۳ و ۲۰۴ (۲۰۴) ۲۰۴ و ۲۰۵ (۲۰۵) ۲۰۵ و ۲۰۶ (۲۰۶) ۲۰۶ و ۲۰۷ (

$$\frac{\sqrt{m^2 + 1} - m + 1}{\sqrt{m^2 + 1} + m - 1} \quad (2)$$

- (۲۱) ۸۷ (۲۲) ۵۳ (۲۳) ۳ فٹ ۵ فٹ (۲۴) ۴ فٹ (۲۵) ۶۰ (۲۶) ۱۲ (۲۷) ۲۵ (۲۸) ۳۰
 (۲۹) ۴ روپیہ سیکرہ اور مول بیاچ ۳۵۰ روپیہ اور شرح ۴۳ فیصد اور مول بیاچ
 ۵۰ ۶ ۲۷ روپہ دوسرا حل عمل میں مناسب حال نہیں (۲۹) ۵ کمران (۳۰) ۴ فٹ ۶ فٹ

جوابات مشق ۳

- $$\begin{aligned} & (13-u)(n+u)(r)(9-u)(r-u)(1) \\ & (nr-1)(u0+2)(n)(n+u3)(1-ur)(3) \\ & (u11-13)(u19-0)(4)(ur-3)(u10+11)(0) \\ & \quad r0 + (n+u)(1) \quad n + (1-u)(2) \\ & \quad 9 + (r+u0)(10) \quad 19 + (1-u3)(9) \end{aligned}$$

$$(11) (3+4) + 1 = 8 \quad (12) (4-3) + 29 = 26$$

جوابات مشق ۳۸

(۱) اکو: ن کی نسبت سے تقسیم کرو (۲) ہر ایک بخوبی = ۱۱

(۳) حکمی کی قیمت = (۱۱ - ۱) اور لہ = ۱۰

حزیرائی کی قیمت = (۱۱ - ۱) اور لہ = ۱۰

(۴) حکمی کی قیمت = ۲ اور لہ = ۱ اور حزیرائی کی قیمت = ۱ اور لہ = ۱

(۵) حکمی کی قیمت = $\frac{(1+1)}{1}$ اور لہ = $\frac{1}{1+1}$ اور حزیرائی کی قیمت = $\frac{(1-1)}{1}$

$$لہ = \frac{1}{1-1}$$

جوابات مشق ۳۹

(۱) $۴ = لہ$ $۳ = س$	(۲) $۱ = لہ$ $۲ = س$	(۳) $۵ = لہ$ $۴ = س$	(۴) $۴ = لہ$ $۳ = س$
(۵) $۴ = لہ$ $۵ = س$	(۶) $۴ = لہ$ $۱۲ = س$	(۷) $۴ = لہ$ $۳ = س$	(۸) $۱۰ = لہ$ $۱۲ = س$
(۹) $۹ = لہ$ $۱۰ = س$	(۱۰) $۱ = لہ$ $۵ = س$	(۱۱) $۲ = لہ$ $۱۳ = س$	(۱۲) $۴ = لہ$ $۱ = س$
(۱۳) $۱۴ = لہ$ $۳۵ = س$	(۱۴) $۱ = لہ$ $۵ = س$	(۱۵) $۸۸ = لہ$ $۱۴ = س$	(۱۶) $۱۴ = لہ$ $۱۱۵ = س$
(۱۷) $۲۸۰ = لہ$ $۶۴ = س$	(۱۸) $۱ = لہ$ $۱ = س$	(۱۹) $۶۵ = لہ$ $۶۶ = س$	(۲۰) $۱۱ = لہ$ $۱۴ = س$

جوابات مشق ۴۰

(۱) $۴ = لہ$ $۳ = س$	(۲) $۲ = لہ$ $۵ = س$	(۳) $۱ = لہ$ $۸ = س$	(۴) $۱ = لہ$ $۱ = س$
(۵) $۱ = لہ$ $۲ = س$	(۶) $۱ = لہ$ $۱ = س$	(۷) $۲ = لہ$ $۳ = س$	(۸) $۲ = لہ$ $۳۵ = س$
(۹) $۱ = لہ$ $۱۱ = س$	(۱۰) $۳ = لہ$ $۴ = س$	(۱۱) $۹ = لہ$ $۱ = س$	(۱۲) $۱۱ = لہ$ $۱۳ = س$
(۱۳) $۱ = لہ$ $۲ = س$	(۱۴) $۱ = لہ$ $۲ = س$	(۱۵) $۱۱ = لہ$ $۱۲ = س$	(۱۶) $۴ = لہ$ $۱ = س$

جوابات مشق ۴۱

$$\begin{array}{ccccc} r = u(0) & \frac{1}{r} = u(2) & \frac{1}{r} = u(3) & r = u(2) & r = u(1) \\ c = s & \frac{1}{c} = s & \frac{1}{c} = r & c = s & 1 = s \end{array}$$

$0 = N(0)$ $1 = N(1)$ $2 = N(2)$ $\frac{1}{3} = N(\frac{1}{3})$ $\frac{1}{4} = N(\frac{1}{4})$
 $\frac{1}{5} = N(\frac{1}{5})$ $\frac{1}{6} = N(\frac{1}{6})$ $\frac{1}{7} = N(\frac{1}{7})$ $\frac{1}{8} = N(\frac{1}{8})$ $\frac{1}{9} = N(\frac{1}{9})$
 $0 = N(10)$ $1 = N(11)$ $2 = N(12)$ $3 = N(13)$ $4 = N(14)$
 $5 = N(15)$ $6 = N(16)$ $7 = N(17)$ $8 = N(18)$ $9 = N(19)$
 $10 = N(20)$ $11 = N(21)$ $12 = N(22)$ $13 = N(23)$ $14 = N(24)$
 $15 = N(25)$ $16 = N(26)$ $17 = N(27)$ $18 = N(28)$ $19 = N(29)$
 $20 = N(30)$ $21 = N(31)$ $22 = N(32)$ $23 = N(33)$ $24 = N(34)$
 $25 = N(35)$ $26 = N(36)$ $27 = N(37)$ $28 = N(38)$ $29 = N(39)$
 $30 = N(40)$ $31 = N(41)$ $32 = N(42)$ $33 = N(43)$ $34 = N(44)$
 $35 = N(45)$ $36 = N(46)$ $37 = N(47)$ $38 = N(48)$ $39 = N(49)$
 $40 = N(50)$ $41 = N(51)$ $42 = N(52)$ $43 = N(53)$ $44 = N(54)$
 $45 = N(55)$ $46 = N(56)$ $47 = N(57)$ $48 = N(58)$ $49 = N(59)$
 $50 = N(60)$ $51 = N(61)$ $52 = N(62)$ $53 = N(63)$ $54 = N(64)$
 $55 = N(65)$ $56 = N(66)$ $57 = N(67)$ $58 = N(68)$ $59 = N(69)$
 $60 = N(70)$ $61 = N(71)$ $62 = N(72)$ $63 = N(73)$ $64 = N(74)$
 $65 = N(75)$ $66 = N(76)$ $67 = N(77)$ $68 = N(78)$ $69 = N(79)$
 $70 = N(80)$ $71 = N(81)$ $72 = N(82)$ $73 = N(83)$ $74 = N(84)$
 $75 = N(85)$ $76 = N(86)$ $77 = N(87)$ $78 = N(88)$ $79 = N(89)$
 $80 = N(90)$ $81 = N(91)$ $82 = N(92)$ $83 = N(93)$ $84 = N(94)$
 $85 = N(95)$ $86 = N(96)$ $87 = N(97)$ $88 = N(98)$ $89 = N(99)$

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{n}} = \frac{n}{n-1} = 1 + \frac{1}{n-1} = 1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n(n-1)} = 1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^3} + \dots$$

$\frac{1}{x} = x^{-1}$

$$= \frac{1}{(1+b)^n + (1-b)^n} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(1+b)^n} + \frac{1}{(1-b)^n} \right)$$

ق (2 + 1) = 3

$$\frac{(1+p)^n - (1-p)^n}{2} = \sum_{k=0}^{n-1} p^k$$

$$\frac{e(1-q) - q(1-e)}{e(1-q) - q(1-e)} = 1 \quad (14) \quad (1-q)(1+q) = 1 - q^2$$

$$\frac{e(6-6)-(6-6)}{1+6}(1-6)=5$$

1. 87-100

$\frac{1}{2} = \text{ل}$ (۲۷) $\frac{1}{3} = \text{ل}$ (۲۸) $\frac{1}{4} = \text{ل}$ (۲۹) $\frac{1}{5} = \text{ل}$ (۳۰)
 $\frac{1}{6} = \text{ل}$ (۳۱) $\frac{1}{7} = \text{ل}$ (۳۲) $\frac{1}{8} = \text{ل}$ (۳۳) $\frac{1}{9} = \text{ل}$ (۳۴)
 $\frac{1}{10} = \text{ل}$ (۳۵) $\frac{1}{11} = \text{ل}$ (۳۶) $\frac{1}{12} = \text{ل}$ (۳۷) $\frac{1}{13} = \text{ل}$ (۳۸)
 $\frac{1}{14} = \text{ل}$ (۳۹) $\frac{1}{15} = \text{ل}$ (۴۰) $\frac{1}{16} = \text{ل}$ (۴۱) $\frac{1}{17} = \text{ل}$ (۴۲)

جوابات مشق ۳۴

$1 = \text{ل}$ (۱) $2 = \text{ل}$ (۲) $3 = \text{ل}$ (۳) $4 = \text{ل}$ (۴)
 $5 = \text{ل}$ (۵) $6 = \text{ل}$ (۶) $7 = \text{ل}$ (۷) $8 = \text{ل}$ (۸)
 $9 = \text{ل}$ (۹) $10 = \text{ل}$ (۱۰) $11 = \text{ل}$ (۱۱) $12 = \text{ل}$ (۱۲)
 $13 = \text{ل}$ (۱۳) $14 = \text{ل}$ (۱۴) $15 = \text{ل}$ (۱۵) $16 = \text{ل}$ (۱۶)
 $17 = \text{ل}$ (۱۷) $18 = \text{ل}$ (۱۸) $19 = \text{ل}$ (۱۹) $20 = \text{ل}$ (۲۰)
 $21 = \text{ل}$ (۲۱) $22 = \text{ل}$ (۲۲) $23 = \text{ل}$ (۲۳) $24 = \text{ل}$ (۲۴)
 $25 = \text{ل}$ (۲۵) $26 = \text{ل}$ (۲۶) $27 = \text{ل}$ (۲۷) $28 = \text{ل}$ (۲۸)
 $29 = \text{ل}$ (۲۹) $30 = \text{ل}$ (۳۰) $31 = \text{ل}$ (۳۱) $32 = \text{ل}$ (۳۲)
 $33 = \text{ل}$ (۳۳) $34 = \text{ل}$ (۳۴) $35 = \text{ل}$ (۳۵) $36 = \text{ل}$ (۳۶)
 $37 = \text{ل}$ (۳۷) $38 = \text{ل}$ (۳۸) $39 = \text{ل}$ (۳۹) $40 = \text{ل}$ (۴۰)

جوابات مشق ۳۵

$1 = \text{ل}$ (۱) $2 = \text{ل}$ (۲) $3 = \text{ل}$ (۳) $4 = \text{ل}$ (۴)
 $5 = \text{ل}$ (۵) $6 = \text{ل}$ (۶) $7 = \text{ل}$ (۷) $8 = \text{ل}$ (۸)
 $9 = \text{ل}$ (۹) $10 = \text{ل}$ (۱۰) $11 = \text{ل}$ (۱۱) $12 = \text{ل}$ (۱۲)
 $13 = \text{ل}$ (۱۳) $14 = \text{ل}$ (۱۴) $15 = \text{ل}$ (۱۵) $16 = \text{ل}$ (۱۶)
 $17 = \text{ل}$ (۱۷) $18 = \text{ل}$ (۱۸) $19 = \text{ل}$ (۱۹) $20 = \text{ل}$ (۲۰)

جوابات مشق ۳۶

$1 = \text{ل}$ (۱) $2 = \text{ل}$ (۲) $3 = \text{ل}$ (۳) $4 = \text{ل}$ (۴)
 $5 = \text{ل}$ (۵) $6 = \text{ل}$ (۶) $7 = \text{ل}$ (۷) $8 = \text{ل}$ (۸)
 $9 = \text{ل}$ (۹) $10 = \text{ل}$ (۱۰) $11 = \text{ل}$ (۱۱) $12 = \text{ل}$ (۱۲)
 $13 = \text{ل}$ (۱۳) $14 = \text{ل}$ (۱۴) $15 = \text{ل}$ (۱۵) $16 = \text{ل}$ (۱۶)
 $17 = \text{ل}$ (۱۷) $18 = \text{ل}$ (۱۸) $19 = \text{ل}$ (۱۹) $20 = \text{ل}$ (۲۰)
 $21 = \text{ل}$ (۲۱) $22 = \text{ل}$ (۲۲) $23 = \text{ل}$ (۲۳) $24 = \text{ل}$ (۲۴)
 $25 = \text{ل}$ (۲۵) $26 = \text{ل}$ (۲۶) $27 = \text{ل}$ (۲۷) $28 = \text{ل}$ (۲۸)
 $29 = \text{ل}$ (۲۹) $30 = \text{ل}$ (۳۰) $31 = \text{ل}$ (۳۱) $32 = \text{ل}$ (۳۲)
 $33 = \text{ل}$ (۳۳) $34 = \text{ل}$ (۳۴) $35 = \text{ل}$ (۳۵) $36 = \text{ل}$ (۳۶)
 $37 = \text{ل}$ (۳۷) $38 = \text{ل}$ (۳۸) $39 = \text{ل}$ (۳۹) $40 = \text{ل}$ (۴۰)

$$\begin{array}{llll} (25) \quad 3 = 11 & (24) \quad 2 = 11 & (23) \quad 5 = 11 & (22) \quad 5 = 11 \\ 3 = 5 & 4 = 5 & 5 = 5 & 5 = 5 \\ 3 = 5 & 4 = 5 & 5 = 5 & 5 = 5 \end{array}$$

$$(29) \quad \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \quad (30) \quad \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{(1+2+3)(1+2+3)}{(1-2+3)} = 5 \quad \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{(1+2+3)(1+2+3)}{(1-2+3)} = 5 \quad \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

جوابات مشق ۳۴

$$(1) \quad 12 \text{ و } 34 \quad (2) \quad 9 \text{ و } 12 \quad (3) \quad 15 \text{ و } 12 \quad (4) \quad 10 \text{ و } 12 \quad (5) \quad 10 \text{ و } 12$$

$$(6) \quad 3 \text{ و } 4 \quad (7) \quad 19 \text{ و } 12 \quad (8) \quad 18 \text{ و } 12$$

$$(9) \quad 12 \text{ روپیہ} + 11 \text{ روپیہ} + 12 \text{ روپیہ} + 22 \text{ روپیہ} + 12 \text{ روپیہ} = 59 \text{ روپیہ}$$

$$(10) \quad 10 \text{ و } 12 \quad (11) \quad 11 \text{ و } 12 \quad (12) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (13) \quad 12 \text{ و } 12$$

$$(14) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (15) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (16) \quad 12 \text{ و } 12$$

$$(17) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (18) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (19) \quad 12 \text{ و } 12$$

$$(20) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (21) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (22) \quad 12 \text{ و } 12$$

$$(23) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (24) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (25) \quad 12 \text{ و } 12$$

$$(26) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (27) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (28) \quad 12 \text{ و } 12$$

$$(29) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (30) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (31) \quad 12 \text{ و } 12$$

$$(32) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (33) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (34) \quad 12 \text{ و } 12$$

$$(35) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (36) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (37) \quad 12 \text{ و } 12$$

$$(38) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (39) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (40) \quad 12 \text{ و } 12$$

$$(41) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (42) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (43) \quad 12 \text{ و } 12$$

$$(44) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (45) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (46) \quad 12 \text{ و } 12$$

$$(47) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (48) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (49) \quad 12 \text{ و } 12$$

$$(50) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (51) \quad 12 \text{ و } 12 \quad (52) \quad 12 \text{ و } 12$$

اور انجام کار ہر یک پائس ۶۷ روپیہ ہر (۲۴) ۲۱ گز ۲۰ گز (۲۹) رفتارین = ۱۱ میل
 (۲۷) ۶۰ پانچ (۲۸) ۶۰ منٹ جب گز ۱۳۲۷ منٹ ۱۳۲۷ منٹ ۱۳۲۷ منٹ
 ۴۵ ۴۵ ۴۵
 ۸۰ ۹۰ ۹۰
 (۲۹) ۱۷ کے حق میں ۱۴۰ رائیں اور ۱۷ کے حق میں ۱۲۰ رائیں اور ۱۷ کے حق میں ۱۲۰ رائیں
 (۵۰) ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں اور ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں اور ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں
 (۵۱) ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں اور ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں اور ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں
 (۵۲) ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں اور ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں اور ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں
 (۵۳) ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں اور ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں اور ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں
 (۵۴) ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں اور ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں اور ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں
 (۵۵) ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں اور ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں اور ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں
 (۵۶) ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں اور ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں اور ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں
 (۵۷) ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں اور ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں اور ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں
 (۵۸) ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں اور ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں اور ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں
 (۵۹) ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں اور ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں اور ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں
 (۶۰) ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں اور ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں اور ۱۷ کے حق میں ۱۷ رائیں

اشلہ مشق ۲۸

- (۱) ۱۷ = ۱۷ و ۱۷ (۲) ۱۷ = ۱۷ و ۱۷ (۳) ۱۷ = ۱۷ و ۱۷
- (۴) ۱۷ = ۱۷ و ۱۷ (۵) ۱۷ = ۱۷ و ۱۷ (۶) ۱۷ = ۱۷ و ۱۷
- (۷) ۱۷ = ۱۷ و ۱۷ (۸) ۱۷ = ۱۷ و ۱۷ (۹) ۱۷ = ۱۷ و ۱۷
- (۱۰) ۱۷ = ۱۷ و ۱۷ (۱۱) ۱۷ = ۱۷ و ۱۷ (۱۲) ۱۷ = ۱۷ و ۱۷
- (۱۳) ۱۷ = ۱۷ و ۱۷ (۱۴) ۱۷ = ۱۷ و ۱۷ (۱۵) ۱۷ = ۱۷ و ۱۷
- (۱۶) ۱۷ = ۱۷ و ۱۷ (۱۷) ۱۷ = ۱۷ و ۱۷ (۱۸) ۱۷ = ۱۷ و ۱۷
- (۱۹) ۱۷ = ۱۷ و ۱۷ (۲۰) ۱۷ = ۱۷ و ۱۷ (۲۱) ۱۷ = ۱۷ و ۱۷
- (۲۲) ۱۷ = ۱۷ و ۱۷ (۲۳) ۱۷ = ۱۷ و ۱۷ (۲۴) ۱۷ = ۱۷ و ۱۷

$$\frac{3\sqrt{919} - \sqrt{h}}{3\sqrt{919} - \sqrt{h} \pm 1} = 1 \quad \text{اور نیز} \quad \frac{\frac{4}{9} 10 - 10}{\frac{4}{9} 14 - 10} = 5 \quad (23)$$

$$\frac{\sqrt{9h} \pm 3}{\sqrt{9h} \pm 1} = 1 \quad \text{اور نیز} \quad \frac{12 - 12}{3 - 3} = 5 \quad (24)$$

$$\frac{\sqrt{4h} \pm 13}{\sqrt{4h} \pm 11} = 1 \quad \text{اور نیز} \quad \frac{1 - 12}{1 - 10} = 5 \quad (25)$$

$$\frac{\frac{1}{5} 12 \pm 5}{\frac{1}{5} 3 \pm 5} = 1 \quad (26) \quad \frac{\sqrt{15h} + 1}{\sqrt{15h} \pm 1} = 1 \quad (27)$$

$$\frac{\sqrt{12h} \pm 12}{\sqrt{12h} \pm 10} = 1 \quad \text{اور نیز} \quad \frac{10 \pm 12}{3 \pm 5} = 1 \quad (28)$$

جوابات ۲۹

$$\begin{aligned} (1) \quad 11 - 11 &= 0 \quad \frac{94 - \sqrt{h} \pm 12}{94 - \sqrt{h} \pm 10} = 1 \quad (2) \quad 30 - 30 = 0 \quad \frac{34 - \sqrt{h} \pm 12}{34 - \sqrt{h} \pm 10} = 1 \\ 0 \text{ و } 3 &= 5 \quad (3) \quad 30 - 30 = 0 \quad \frac{34 - \sqrt{h} \pm 12}{34 - \sqrt{h} \pm 10} = 1 \quad (4) \quad 30 - 30 = 0 \quad \frac{34 - \sqrt{h} \pm 12}{34 - \sqrt{h} \pm 10} = 1 \\ (5) \quad 30 - 30 &= 0 \quad \frac{34 - \sqrt{h} \pm 12}{34 - \sqrt{h} \pm 10} = 1 \quad (6) \quad 30 - 30 = 0 \quad \frac{34 - \sqrt{h} \pm 12}{34 - \sqrt{h} \pm 10} = 1 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{(1-b)(1-b)} = 5 \quad \text{و} \quad \frac{4}{(1-b)(1-b)} = 5 \quad (7)$$

$$\frac{b - b \pm 1}{b - b \pm 1} = \frac{1}{5} = b$$

$$\frac{b - b}{(b+1)(b+1)} = 5 \quad \text{و} \quad \frac{b - b}{(b+1)(b-1)} = 1 \quad (8)$$

$$\frac{\sqrt{h} \pm 1}{\left(\frac{1-\sqrt{h}}{\sqrt{h}} \pm 1\right)} = b \quad (9)$$

$$\left(\frac{1-\sqrt{h}}{\sqrt{h}} \pm 1\right) \cdot \frac{1}{b} = 5$$

$$\frac{11 - \sqrt{h} \pm 1}{1}, \frac{30 - \sqrt{h} \pm 1}{1}, \frac{34 - \sqrt{h} \pm 1}{1}, \frac{3 + 1}{1} = 5 \quad (10)$$

$$\frac{\sqrt{h} 11 \pm 12}{1}, \frac{1}{4}, \frac{1}{1} = 1 \quad (11) \quad 12 - 12 = 0 \quad \frac{34 - \sqrt{h} \pm 12}{34 - \sqrt{h} \pm 10} = 1$$

$$\frac{\sqrt{h} 34 \pm 12}{1}, \frac{1}{4}, \frac{1}{1} = 5$$

$$3 - 0 = 1 \quad (12) \quad \frac{3.9 - \sqrt{h} \pm 10}{3.9 - \sqrt{h} \pm 10} = 1 \quad (13)$$

$$0 - 3 = 5 \quad \frac{3.9 - \sqrt{h} \pm 10}{3.9 - \sqrt{h} \pm 10} = 1$$

$\frac{04}{04} \pm = 11$ $\frac{1-}{1-} = 11$ (14) $\frac{1-}{1-} = 11$ (15)
 $\frac{04}{04} \pm = 5$ $\frac{1-}{1-} = 5$ $\frac{1-}{1-} = 5$

$\frac{r_1 - 1}{r_1 + 1} \pm 1 \Rightarrow \dots$

$$\frac{1}{r} \pm \frac{1}{f} = \frac{1}{u} \quad (19) \quad \frac{1}{f} \pm \frac{1}{f} = \frac{1}{r} \quad (19)$$

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} + \dots = \frac{1}{n-1} = \frac{1}{n} \left(\frac{n}{n-1} \right) = \frac{1}{n} \left(1 + \frac{1}{n-1} \right) = \frac{1}{n} + \frac{1}{n(n-1)}$$

$$\frac{9\lambda}{r^2}, \frac{29}{15}, \frac{1}{15}, r = 5\lambda$$

$$\frac{1}{\sqrt{13-4\sqrt{5}}}, \frac{1}{\sqrt{9-4\sqrt{5}}}, \frac{1}{\sqrt{5-4\sqrt{5}}}, \frac{1}{\sqrt{1-4\sqrt{5}}} = 2 \quad (13)$$

$$\frac{14-1}{1} \neq 1, \frac{19-1}{1} \neq 3, \frac{24-1}{1}, \frac{29-1}{1} = 5$$

$\frac{1296 + \pm 108}{1296} = \frac{1}{9}$ و $1296 + 108 = 1404$ (5) $\frac{1}{9}$ و $108 = 12$ (22)
 $\frac{1296 + 108}{1296} = \frac{1}{9}$ و $108 = 12$ (22)

$$\frac{7b^2 + 11}{b} = b + \frac{11}{b} \quad \text{اگر } (14)$$

$$\frac{1}{14} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{7} \quad \frac{1}{9} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}$$

(۲) اگر $3x + 2 = 1$ اور $3x + 2 = 1$ ہو تو

۱۰ = ۲۵۰ سو اور ۱۱ = ۲۷۵ سو

۱۶ نمبر - ۱ = ۰ اور ۳ + ۱ = ۴
حقیقہ قیمت ۱۱ اور ۱۱ کے ۱۱ اور ۱۱ نمبر

(۲۸) اگر $u = 10 - 5x$ و $v = 20 - 10x$ \Rightarrow

$$\frac{1}{14} \frac{12h^4 \mp r^4}{14} = 5, \frac{1}{14} \frac{12h^2 \pm 1}{14} = 11$$

(۲۹) اول حل $u = z = (1 - \beta)$

دوسرا حل فرماؤ کہ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$
 تو $\frac{1}{x} = \frac{1}{z} - \frac{1}{y}$ اور $(1 + \frac{1}{y})$

$$\frac{1}{\sqrt{1-b^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{5}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{4}{5}}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

تولد = $\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3} \pm \frac{1}{3} \right) (n-1)$

$$L(n-2h \pm 1) \left[(n-2h \pm 1) \frac{1}{r} - 1 \right] \frac{1}{r} = s$$

$$\frac{1-h \pm s = 1}{1 \pm 1-h \pm 1 \pm 1 \pm s = 1} \quad (۳)$$

$$\frac{12-9h+1-h \pm 12+3h \pm 12-3h \pm}{12-9h-1-h \pm 12+3h \pm 12-3h \pm} = 1$$

جوابات مشق ۵۰

$$\frac{1}{3h} \pm 1 \pm s = 1 \quad (۱) \quad 1 \pm 1 = 1$$

$$\frac{1}{3h} \pm 1 \pm s = 1 \quad (۲) \quad 1 \pm 1 = 1$$

$$\frac{1}{3h} \pm 1 \pm s = 1 \quad (۳) \quad 1 \pm 1 = 1$$

$$\frac{1}{3h} \pm 1 \pm s = 1 \quad (۴) \quad 1 \pm 1 = 1$$

$$\frac{1}{3h} \pm 1 \pm s = 1 \quad (۵) \quad 1 \pm 1 = 1$$

$$\frac{1}{3h} \pm 1 \pm s = 1 \quad (۶) \quad 1 \pm 1 = 1$$

$$\frac{1}{3h} \pm 1 \pm s = 1 \quad (۷) \quad 1 \pm 1 = 1$$

$$\frac{1}{3h} \pm 1 \pm s = 1 \quad (۸) \quad 1 \pm 1 = 1$$

$$\frac{1}{3h} \pm 1 \pm s = 1 \quad (۹) \quad 1 \pm 1 = 1$$

$$\frac{1}{3h} \pm 1 \pm s = 1 \quad (۱۰) \quad 1 \pm 1 = 1$$

$$\frac{1}{3h} \pm 1 \pm s = 1 \quad (۱۱) \quad 1 \pm 1 = 1$$

$$\frac{1}{3h} \pm 1 \pm s = 1 \quad (۱۲) \quad 1 \pm 1 = 1$$

$$\frac{1}{3h} \pm 1 \pm s = 1 \quad (۱۳) \quad 1 \pm 1 = 1$$

$$\frac{1}{3h} \pm 1 \pm s = 1 \quad (۱۴) \quad 1 \pm 1 = 1$$

$$\frac{1}{3h} \pm 1 \pm s = 1 \quad (۱۵) \quad 1 \pm 1 = 1$$

$$\frac{1}{3h} \pm 1 \pm s = 1 \quad (۱۶) \quad 1 \pm 1 = 1$$

(۱۰) اور ہی کے ساقط کرنے سے مساوات درجہ دوم کی حامل ہوتی ہے کہ

(د + د) (ب - د) (د + د - ج - د)

+ (ج + د + د) (ج - د + ب) + (ج - د + د) =

جوابات مشق ۱۵

(۱) ۳۲ و ۲۸ (۲) ۱۶ و ۱۴ (۳) ۲۳ و ۲۵ (۴) ۷ و ۳ (۵) ۵۵ و ۸۸

(۶) ۱۰ و ۱۹ (۷) ۱۴ و ۱۳ (۸) ۱۰ و ۹ (۹) کعب ۳۳ و ۴۲ مکعب

(۱۰) $\frac{1}{2} (1 + 5)$ (۱۱) $\frac{1}{2} (3 + 3)$ (۱۲) ۳ و ۶ و ۱۲
 $\frac{1}{2} (3 + 3)$ $\frac{1}{2} (3 - 3)$

(۱۳) $\frac{1}{2} (5 + 5)$ (۱۴) ۵ و ۵ و ۵ و ۵ و ۱۰ و ۱۲

(۱۶) ۱۱ و ۷ (۱۷) ۲ و ۲ و ۸ و ۱۶ (۱۸) ۴۲ (۱۹) ۷۳ (۲۰) ۳۲

(۲۱) $\frac{5}{9}$ و $\frac{22}{88}$ (۲۲) $\frac{1}{2}$ (۲۳) ۹۲ (۲۴) ۹۸ (۲۵) ۵ اور ۳

(۲۶) ۵ گز ۱۶ یا ۲ (۲۷) ۶۰۰۰ روپیہ ۷ روپیہ سیکڑہ

۱۲ گز ۱۲۰ یا ۲ ۷۰۰۰ روپیہ ۶ روپیہ سیکڑہ

(۲۸) ۴ و ۱۶ و ۴ (۲۹) ۳ بیڑین ۲ ٹونڈ ۸ گائین ۵ ٹونڈ

(۳۰) آگے کا پیسہ ۱ گز اور پچھلے پیسہ ۵ گز (۳۱) ۱ کا حصہ = ۸۰۰ روپیہ کا حصہ = ۱۲۰۰ روپیہ

نفع ۳ روپیہ سیکڑہ (۳۲) ۸ بیڑین فی بیڑ ۹ اور بی بی بیڑین اور فی بیڑ ۵

(۳۳) قطر دائرہ = ۶۵ گز (۳۴) $\frac{5}{2}$ د $\frac{5}{2}$ و ۵

(۳۵) $\frac{(2 - 2) \pm 2 - 2}{(2 + 2) \pm 2 - 2}$ ۸۵۸ گز ۹۰ گز ۱۲۰ گز اور ۵ گز

(۳۶) $\frac{(2 - 2) \pm 2 - 2}{(2 + 2) \pm 2 - 2}$ ۸۵۸ گز ۹۰ گز ۱۲۰ گز اور ۵ گز

(۳۷) ۵ برس ۴ روپیہ سیکڑہ یا ۸ برس ۲ روپیہ سیکڑہ

(۳۸) اول دانہ سے ۸ گنٹہ دوسرے سوراخ سے ۶ گنٹہ

(۳۹) اصل = ۱۰۴۰۰۰ شرح سودہ روپیہ (۴۰) ۳ بیڑین اور ۲ روپیہ

اور ۱۰ گائین ۶ روپیہ ۲

تمام شدہ اجنوری ۱۸۷۲ء

LYTTON LIBRARY, ALIGARH.

6115

DATE SLIP 011

This book may be kept

FOURTEEN DAYS

A fine of one anna will be charged for
each day the book is kept over time.

12 OCT 1995

1914

10 STACKS

URDU STACKS

24

4221

1912

214

DATE

NO.

DATE

NO.

Cabini Nib.

Cabini Nib.

573